

بررسی سیستم قدرت 1

برگرفته شده از کتاب سیستم های قدرت آقای احد کاظمی

دانشکده امام جعفر صادق (ع) آستانه اشرفیه

مدرس:

آقای مهندس نور محمدی

بهمکاری دانشجو مهدی آقاجانی

بررسی سیستم قدرت در سه بخش تشریح می شود:

1) تولید

2) انتقال

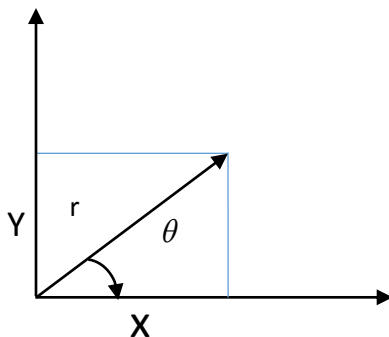
3) توزیع

توان در نیروگاه ها تولید شده و به کمک ترانسفورماتور ها و خطوط انتقال به بخش توزیع می رسد و سپس بین بارها یا مصرف کننده ها توزیع می شود.

تولید: ابتدا در نیروگاه ها توان تولید شده و به علت افت ولتاژ خطوط و تلفات آن به کمک ترانسفورماتورهای افزایشده سطح ولتاژ افزایش پیدا می کند. رنج تولیدی ولتاژ معمولاً در نیروگاه ها بین 11 الی 33 کیلوولت می باشد.

انتقال: شبکه انتقال مسیر های متفاوتی دارد که هر مسیر دارای سطح ولتاژ خاصی می باشد که در کشور ما معمولاً این سطح ولتاژ 132_200_400 کیلوولت می باشد.

توزیع: شبکه توزیع ساختار متفاوتی دارد و معمول ترین ساختار آن ساختار شعاعی می باشد در این بخش سطح ولتاژ توسط ترانسفورماتور های کاهشده برای مصرف کننده ها به سطح ولتاژ پایین تری میرسد.



$$z = x + jy \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2} \angle \tan^{-1} \frac{y}{x} = r \angle \theta$$

جمع و تفریق:

$$r_1 \angle \theta_1 + r_2 \angle \theta_2 = r_1 \cos \theta_1 + jr_1 \sin \theta_1 + r_2 \cos \theta_2 + jr_2 \sin \theta_2$$

ضرب و تقسیم:

$$\frac{r_1 \angle \theta_1}{r_2 \angle \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \theta_1 - \theta_2$$

$$(r_1 \angle \theta_1) \times (r_2 \angle \theta_2) = r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2$$

نمایی:

$$r_1 \angle \theta_1 = r_1 e^{i\theta_1} = r_1 (\cos \theta_1 + j \sin \theta_1) \rightarrow r_1 e^{i\theta_1} \times r_2 e^{i\theta_2} = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{r_1 e^{i\theta_1}}{r_2 e^{i\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

جریان و ولتاژ در سیستم های قدرت:

جریان و ولتاژ در سیستم های قدرت بصورت معادلات سینوسی نوشته می شوند. از آنجایی که در این درس ما مشتق گیری و انتگرال گیری جریان و ولتاژ استفاده میکنیم و از آنجایی که مشتق گیری و انتگرال گیری مشکل اصلی معادلات سینوسی را تغییر نمیدهند بنابراین جریان و ولتاژ را بصورت سینوسی و مانند معادلات زیر مینویسیم:

$$i_t = i_m \cos(\omega t + \theta_i) \rightarrow i_{c(t)} = c \frac{dV_{c_t}}{dt} \rightarrow V_{c_t} = \frac{1}{c} \int_0^t i_{c(t)} dt + v_c(0)$$

$$v_t = v_m \cos(\omega t + \theta_v) \rightarrow i_{L(t)} = \frac{1}{L} \int_0^t V_{L(t)} dt + i_L(0)$$

حوزه فرکانس (فیزور):

$$a_t = A_m \cos(\cos wt + \theta_A) \rightarrow A_{rms} \angle \theta_A$$

$$i_t = I_m \cos(wt + \theta_I) \rightarrow I_{rms} \angle \theta_A$$

$$A_{rms} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T x^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow A_{rms} = \frac{A_m}{\sqrt{2}}$$

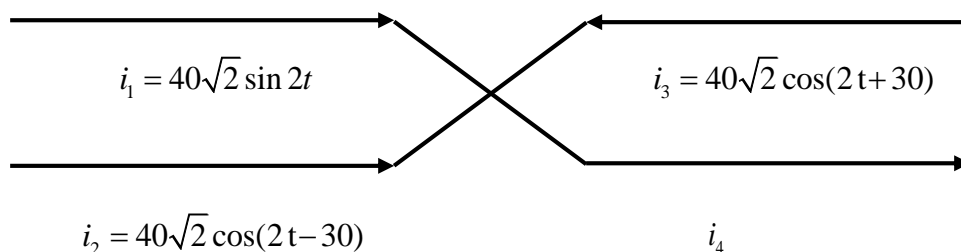
مثال 1) توابع زیر در حوزه زمان میباشند آنها را بصورت حوزه فرکانس بدست آورید.

(حل)

$$V_t = 4\sqrt{2} \cos 5t \rightarrow 4 \angle 0$$

$$V_t = 4\sqrt{2} \sin(5t + 60) \rightarrow 4\sqrt{2} \cos(5t + 60 - 90) = 4\sqrt{2} \cos(5t - 30) = 4 \angle -30$$

مثال 2) در مسئله زیر i_4 را بدست بیاورید.



(حل)

$$i_4 = i_1 + i_2 + i_3$$

$$i_1 = 40\sqrt{2} \cos(2t - 90) = 40 \angle -90$$

$$i_2 = 40\sqrt{2} \cos(2t - 30) = 40 \angle -30$$

$$i_3 = 40\sqrt{2} \cos(2t + 30) = 40 \angle +30$$

$$i_4 = 40 \angle -90 + 40 \angle -30 + 40 \angle +30$$

$$\rightarrow 40 \cos(-90) + j40 \sin(-90) + 40 \cos(-30) + j40 \sin(-30) + 40 \cos(30) + j40 \sin(30)$$

$$= 0 - 40j + 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 40j \times \frac{1}{2} + 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 40j \times \frac{1}{2} = 40\sqrt{3} - 40j$$

$$\sqrt{(40\sqrt{3})^2 - 40^2} \angle \tan^{-1} \frac{40}{40\sqrt{3}} = 80 \angle -30$$

امپدانس و ادمیتانس:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms} \angle \theta_V}{I_{rms} \angle \theta_I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle \theta_V - \theta_I = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle \theta$$

امپدانس:

$$Z = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_V - \theta_I \xrightarrow{\quad} \frac{V_m}{I_m} \angle \phi$$

ادمیتانس:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{V} = \frac{I_{rms} \angle \theta_I}{V_{rms} \angle \theta_V} = \frac{I_{rms}}{V_{rms}} \angle \theta_I - \theta_V$$

$$= \frac{I_{rms}}{V_{rms}} \angle -\phi \rightarrow Y = \frac{I_m}{V_m} \angle -\phi$$

$$Z = R + jX$$

$$Y = G + jB$$

- R مقاومت
- jX راکتانس
- G کندانس
- jB سوسپتانس

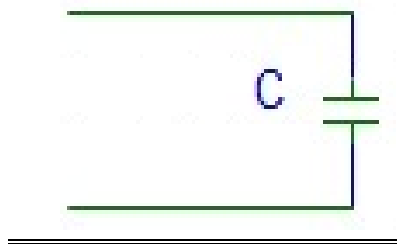


$$Z_L = jX_L = Lj\omega$$

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{jL\omega} = -\frac{j}{L\omega}$$

$$V_L = Z_L i = jL\omega t = 1 \angle 90 L\omega \theta_i$$

$$\theta_v = \angle \theta_i + 90 \rightarrow \theta_i = \theta_v - 90$$



$$Z_C = -jX_C = -\frac{j}{C\omega}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{-jX_C} = jC\omega$$

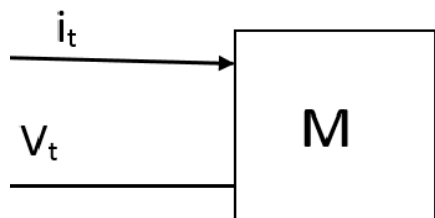
$$V = Z_C \cdot I \rightarrow \theta_v = -jC\omega \theta_i \rightarrow \theta_v = 1 \angle -90 \angle \theta_i \rightarrow \theta_v = \angle \theta_i - 90$$

$$\theta_i = \theta_v + 90$$

مثال 3) باتوجه به شبکه شکل زیر و معادلات ولتاژ و جریان مقدار مقاومت و سوپرتانس را بدست آورید.

$$i_t = 5\sqrt{2} \sin(5t)$$

$$v_t = \sqrt{2} \left(\sin\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$



(حل)

$$i_t = 5\sqrt{2} \cos(5t - 90) \rightarrow i = 5 \angle -90$$

$$v_t = \sqrt{2} (\cos(5t + \frac{\pi}{4} - 90) + \cos(5t + 45))$$

$$= \sqrt{2} \cos(5t - 45) + \sqrt{2} \cos(5t + 45)$$

$$v = 1 \angle -45 + 1 \angle 45 = \sqrt{2} \angle 0$$

$$z = \frac{v}{i} = \frac{\sqrt{2} \angle 0}{5 \angle -90} = \frac{\sqrt{2}}{5} \angle 90 = \frac{\sqrt{2}}{5} \cos 90 + j \frac{\sqrt{2}}{5} \sin 90 \rightarrow R = 0$$

$$Y = \frac{i}{v} = \frac{5 \angle -90}{\sqrt{2} \angle 0} = \frac{5}{\sqrt{2}} \angle -90 = \frac{5}{\sqrt{2}} \cos(-90) + j \frac{5}{\sqrt{2}} \sin(-90)$$

$$= 0 - \frac{5}{\sqrt{2}} j \rightarrow B = -\frac{5}{\sqrt{2}}$$

مثال 4) باتوجه به معادلات مقدار کندوکتانس را بدست بیاوید.

$$v_t = 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 150)$$

$$i_t = \cos \omega t + \sin \omega t$$

(حل)

$$v_t = 4\sqrt{2} \cos(\omega t + 150 - 90)$$

$$= 4\sqrt{2} \cos(\omega t + 60) \rightarrow v = 4 \angle 60$$

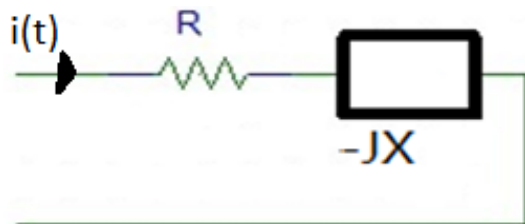
$$i_t = \cos \omega t + \cos(\omega t - 90) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -90$$

$$Y = \frac{i}{v} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -90}{4 \angle 60} =$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(-90) + j \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \angle -90}{4 \angle 60} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}}}{4 \angle 60} =$$

$$\sqrt{\frac{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + (-\frac{1}{\sqrt{2}})^2}{4 \angle 60}} \angle \tan^{-1} \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1 \angle -45}{4 \angle 60} = -0.25 \angle -105$$

مثال 5) برای مدار شکل زیر مقدار سوسپتانس برابر 0.06 می باشد کدام گزینه صحیح است؟



- | | |
|------|---------|
| R=6 | X=8 .1 |
| R=8 | X=6 .2 |
| R=10 | X=12 .3 |
| R=12 | X=10 .4 |

$$Z = R - jX$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R - jX} \times \frac{R + jX}{R + jX} =$$

$$\frac{R + jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{R^2 + X^2} + \frac{jX}{R^2 + X^2}$$

$$R^2 - (jX)^2 = R^2 - j^2 \cdot X^2 = R^2 + X^2$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{6}{8^2 + 6^2} = \frac{6}{100} = 0.06$$

توان AC در مدارهای تکفاز

$$V_t = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

معادله ولتاژ:

$$I_t = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

معادله جریان:

توان لحظه ای:

$$p_t = V_t \times I_t = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \times I_m \cos(\omega t + \theta_i) =$$

$$V_m \times I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$\cos x \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(x+B) + \cos(x-B)]$$

$$p_t = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) + \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$p_t = \frac{1}{T} \int_0^T p_t dt$$

چون به زمان بستگی دارد مقدار متوسط آن صفر است.
چون به زمان بستگی ندارد مقدار متوسط آن با خودش برابر است.

$$p_t = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos \theta = \frac{1}{2} (\sqrt{2} V_{rms}) (\sqrt{2} I_{rms}) \cos \phi$$

$$p_t = V_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

$$S = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m^* \rightarrow S = V_{rms} \cdot I_{rms}^* = |V_{rms}| \cdot |I_{rms}| \angle \theta_v - \theta_i$$

$$P_t = P(1 + \cos 2\omega t) + Q \sin 2\omega t$$

توان راکتیو:

$$Q = VI \sin \phi$$

$$S = P + jQ \rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2} \rightarrow \phi = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$

مثال 6) توان لحظه ای یک سیستم قدرت تکفاز که با ولتاژ $V_t = 200 \cos 400t$ تغذیه میشود برابر با

$$P_t = 800 + 1000 \cos(800t - 36.87)$$

را بدست بیاورید. مقدار I_m و Q

$$\cos(a \pm B) = \cos a \cdot \cos B \mp \sin a \cdot \sin B$$

$$P_t = 800 + 1000[\cos 800t \cdot \cos 36 / 87 + \sin 800t \cdot \sin 36 / 87]$$

$$P_t = 800 + 1000[\cos 800t \times 0 / 8 + \sin 800t \times 0 / 6]$$

$$P_t = 800[800 \times \cos 800 + 600 \times \sin 800t]$$

$$P_t = 800(1 + \cos 2 \times 400t) + 600(\sin 2 \times 400t)$$

$$Q = 600$$

$$I_m = ?$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{800^2 + 600^2} = 1000VA \angle 36 / 87$$

$$S = P + jQ = 800 + j600 = 1000 \angle 36 / 87$$

$$S = \frac{1}{2} V_m + I_m$$

$$I_m = \frac{2S}{V_m} = \frac{2 \times 1000 \angle 36 / 87}{200} = 10 \angle 36 / 87$$

$$I_m = 10 \angle 36 / 87 \xrightarrow{\text{ج زرد}} I_m = 10 \angle -36 / 87$$

ضریب توان شبکه

$$P_t = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

عمودی مثبت:

$$Q_t = Q_1 \pm Q_2 \pm \dots \pm Q_n$$

افقی مثبت و منفی:

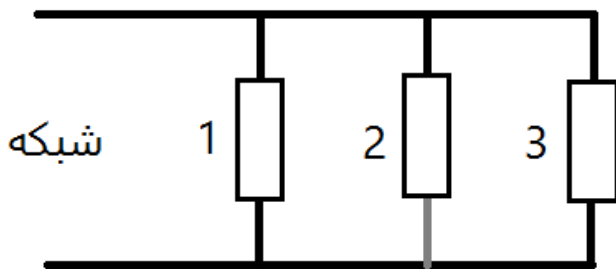
$$|S_t| = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2}$$

$$S_t = S_1 \angle \theta_1 + S_2 \angle \theta_2$$

ضریب توان کل شبکه:

$$\cos \phi_t = \frac{P_t}{S_t}$$

مثال 7) باتوجه به شکل زیر ضریب توان کل شبکه را بدست بیاورید.



$$1. P_1 = 25KW; Q_1 = 25KVAR$$

$$2. S = 15KVA; \cos \phi_2 = 0/8$$

$$3. P_3 = 11KW; \cos \phi_3 = 1$$

حل

$$P_2 = S_2 \times \cos \phi_2 = 15 \times 0/8 = 12KW$$

$$Q_2 = S_2 \times \sin \phi_2 = 15 \times 0/6 = -9KVAR$$

$$Q_3 = 0$$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 25 + 12 + 11 = 48KW$$

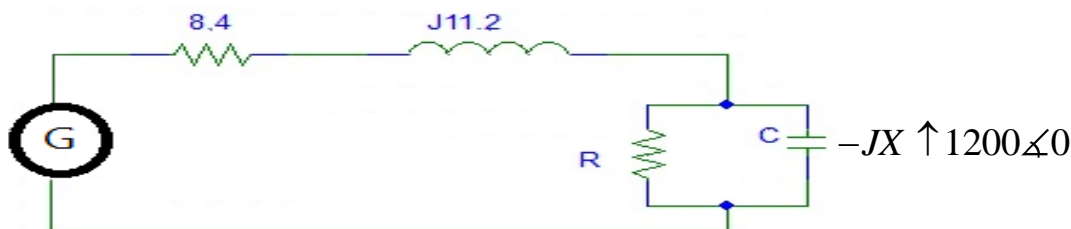
$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 25 - 9 + 0 = 16KVAR$$

$$|S| = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{48^2 + 16^2} = 50/6KVA$$

$$\cos \phi_t = \frac{P_t}{S_t} = \frac{48}{50/6} = 0/94$$

مثال 8) در شکل پایین بار از یک مقاومت و خازن موازی تشکیل شده است و همچنین بار توان 30KVA را

با ضریب توان پیش فاز 0/8 از سیستم میکشد مقدار $\frac{R}{X}$ و ولتاژ ژنراتور را محاسبه کنید.



(حل)

$$S = 30 \text{KVA} \angle -\cos^{-1} 0/8$$

$$30 \angle -\theta = 30 \cos \theta \pm j30 \sin \theta = 24 - j18$$

$$\left. \begin{aligned} P = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{1200^2}{24000} = 60 \Omega \\ Q = \frac{V^2}{XC} \rightarrow XC = \frac{V^2}{Q} = \frac{1200^2}{18000} = 80 \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R}{X} = \frac{60}{80} = 0/75$$

$$Q_c = P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2) = P \left[\tan(\cos^{-1} \theta_1) - \tan(\cos^{-1} \theta_2) \right]$$

$$V_{G=} = (8/4 + j11/2)I + 1200$$

$$S = V \cdot I^* \rightarrow 30(-\cos^{-1} 0/8) = 1200 \times I^*$$

اصلاح ضریب توان قدرت برای اصلاح ضریب توان قدرت معمولاً سلف یا خازن به مدار اضافه می

شود به عبارت دیگر خازن بصورت موازی با مدار قرار میگیرد. فرض می کنیم برای یک مدار که دارای

توان مفید P و ضریب توان $\cos \theta_1$ توان راکتیو بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$Q_1 = S \sin \theta_1 \quad \text{یا} \quad Q_1 = P \tan \theta_1$$

حال اگر خازن به مدار اضافه شود با توجه به ثابت بودن P ضریب توان به $\cos \theta_2$ و توان راکتیو از رابطه زیر

بدست می آید:

$$Q_2 = P \tan \theta_2$$

$$\sin \theta_2 = \sqrt{1 - \cos^2}$$

$$\tan = \frac{\sin}{\cos}$$

اختلاف توان های راکتیو را بصورت زیر بدست می آوریم:

$$Q_m = Q_2 - Q_1$$

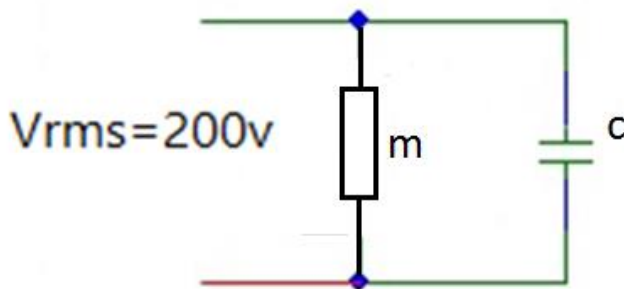
اگر حامل مثبت باشد بنابراین سلف به مدار اضافه شده و اگر Q_m منفی باشد بنابراین خازن به مدار اضافه شده است که هر یک را (L-C) به کمک روابط زیر بدست می آوریم:

$$Q_m > 0 \xrightarrow{L=?} Q_{mL} = \frac{V^2}{XL} \rightarrow Q_{mL} = \frac{V^2}{L\omega} \rightarrow L = \frac{V^2}{Q_m \omega} [H]$$

$$Q_m < 0 \xrightarrow{C=?} Q_{mc} = \frac{V^2}{XC} \rightarrow Q_{mc} = \frac{V^2}{\frac{1}{C\omega}} \rightarrow Q_{mc} = V^2 C \omega \rightarrow C = \frac{Q_m}{\omega V^2} [F]$$

$$C = \frac{P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)}{\omega V^2} [F]$$

مثال 9) چه خازنی به مدار شکل زیر اضافه کنیم تا ضریب توان مدار به مقدار یک برسد.



$$m = 20KVA$$

$$\cos \theta_1 = 0/8$$

$$F = 50HZ$$

$$\pi = 3$$

$$C = ?$$

$$m = 20KVA$$

$$\cos \theta_1 = 0/8$$

$$F = 50HZ$$

$$\pi = 3$$

$$C = ?$$

$$\cos \theta_2 = 1$$

(حل)

$$\theta_2 = 0 \rightarrow \sin \theta_2 = 0 \rightarrow Q_2 = 0$$

$$Q_1 = S \times \sin \theta_1 = 20 \times 0.6 = 12 \text{ KVAR}$$

$$Q_m = Q_2 - Q_1 = 0 - 12 = -12 \text{ KVAR}$$

$$C = \frac{Q_m}{\omega V^2} = \frac{12 \times 10^3}{2 \times 3 \times 50 \times 200^2} = \frac{12000}{300 \times 40000} = \frac{12}{12000} = 1000 \mu F$$

$$P = S \times \cos \theta_1 = 20 \times 0.8 = 16 \text{ K}$$

$$\tan \phi_1 = \tan(36.87^\circ) = 0.75$$

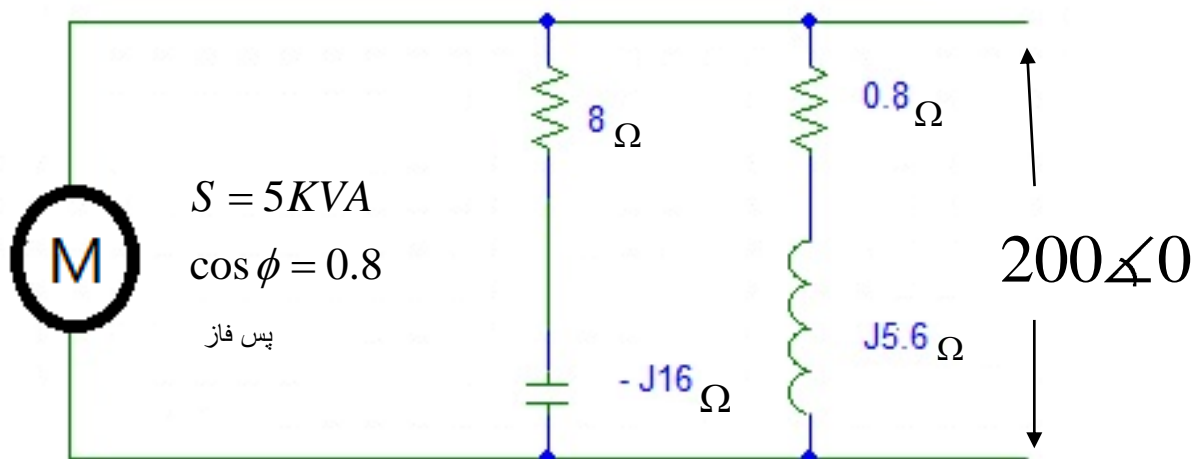
$$C = \frac{P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)}{\omega V^2} = \frac{16000(0.75 - 0)}{2 \times 3 \times 50 \times 200^2} = 1000 \mu F$$

$$Q_c = P(\tan \theta_1 - \tan \theta_2) = P \left[\tan(\cos^{-1} \theta_1) - \tan(\cos^{-1} \theta_2) \right]$$

مثال 10) سه بار مانند شکل به طور موازی به هم وصل شده اند برای رسیدن ضریب توان کل به مقدار

خازنی که باید با بارها موازی ببندیم و مقدار جریان جدید بعد از اضافه کردن خازن چقدر میشوند؟

($F = 60 \text{ Hz}$)



(حل)

$$S = V.I^* = V.\left(\frac{V}{Z}\right)^* = \frac{V.V^*}{Z^*} = \frac{V^2}{Z^*}$$

$$S_3 = 5K \angle 36 / 87 = 4 + j3 = 4000 + j3000$$

$$S_2 = \frac{V^2}{Z^*} = \frac{200^2}{8 + j16} = 1000 - j2000$$

$$S_1 = \frac{V^2}{Z^*} = \frac{200^2}{0.8 - j5/6} = 1000 + j7000$$

$$Q_1 = 3000 - 2000 + 7000 = 8000$$

$$\cos \phi_2 = 1 \rightarrow Q_2 = 0$$

$$\cos Q_m = Q_2 - Q_1 = -8000$$

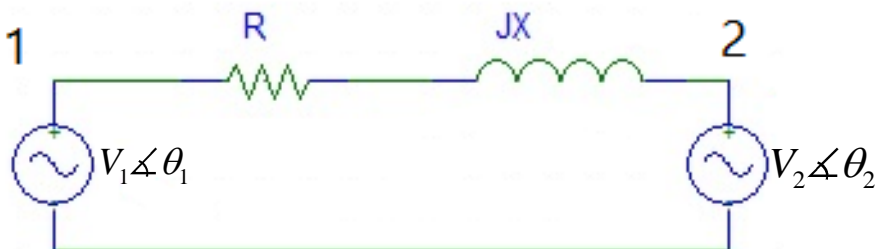
$$C = \frac{Q_m}{\omega V^2} = \frac{8000}{2 \times 3 \times 60 \times 200^2} = 555 / 55 \mu F$$

چون خازن استفاده میکنیم $Q_2 = 0$ می شود پس Q هم صفر می شود حال برای بدست آوردن جریان جدید از فرمول $S = V.I$ استفاده میکنیم که به جای P, S را جایگذاری میکنیم:

$$P = V.I \rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{6000}{V} = 30 \angle 0$$

$$P_t = 4000 + 1000 + 1000 = 6000$$

توان مختلط:



$$\begin{aligned}
 S_{12} &= V_1 I_{12}^* = V_1 \angle \theta_1 \times \left[\frac{V_1 \angle \theta_1 - V_2 \angle \theta_2}{Z \angle \gamma} \right]^* = V_1 \angle \theta_1 \times \left[\frac{V_1 \angle \theta_1}{Z \angle \gamma} - \frac{V_2 \angle \theta_2}{Z \angle \gamma} \right]^* \\
 &= V_1 \angle \theta_1 \times \left[\frac{|V_1|}{|Z|} \angle \theta_1 - \gamma - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle \theta_2 - \gamma \right]^* = V_1 \angle \theta_1 \times \left[\frac{|V_1|}{|Z|} \angle \gamma - \theta_1 - \frac{|V_2|}{|Z|} \angle \gamma - \theta_2 \right] \\
 &= \frac{|V_1|^2}{|Z|} \angle \gamma - \frac{|V_1| \times |V_2|}{|Z|} \angle \gamma + \theta_1 - \theta_2
 \end{aligned}$$

در سیستم قدرت اندازه $R \ll X$ بنابراین:

$$S_{12} = \frac{|V_1|}{|Z|} \angle \gamma - \frac{|V_1| \times |V_2|}{|Z|} \angle \gamma + \theta_1 - \theta_2$$

می توان R را صرف نظر کرد ($R=0$):

$$P_{12} = \frac{|V_1|}{|Z|} \cos \gamma - \frac{|V_1| \times |V_2|}{|Z|} \cos(\gamma + \theta_1 - \theta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|}{|Z|} \sin \gamma - \frac{|V_1| \times |V_2|}{|Z|} \sin(\gamma + \theta_1 - \theta_2)$$

فرمول P_{12} :

$$P_{12} = \frac{|V_1| \times |V_2|}{|X|} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

فرمول Q_{12} (زمانی که خاص باشد):

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{|X|} - \frac{|V_1| \times |V_2|}{|X|} \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

بعد از فاکتور گیری:

$$Q_{12} = \frac{|V_1|}{|X|} - [|V_1| - |V_2| \cos(\theta_1 - \theta_2)]$$

1. توان مفید: به زاویه یعنی θ بستگی دارد و از زاویه بزرگتر به سمت زاویه کوچکتر جاری می شود

و تغییرات جزئی در θ می تواند تغییرات زیادی در P به وجود آورد.

2. توان غیر مفید: به ولتاژ بستگی دارد و تغییرات θ تغییر آنچنانی در Q به وجود نمی آورد.

نکته) بانک های خازنی اندازه ولتاژ و ضریب توان را ارتقا می دهند

نکته) از معایب ضریب توان پایین می تواند انتخاب انتخاب مقادیر نامی بالا برای وسایل استفاده شده در

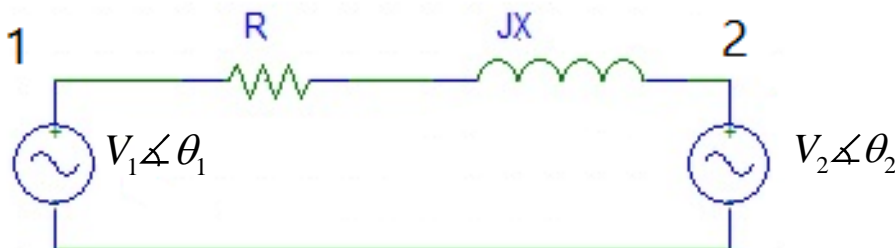
سیستم تولید و توزیع تنظیم ولتاژ ضعیف و افت ولتاژ زیاد و همچنین تلفات مسی بالا نام برد.

نکته) خازن ها به صورت شنت (موازی) در مدار قرار می گیرند.

مثال 11) 2 منبع ولتاژ $V_1 = 10 \angle 30^\circ$ و $V_2 = 5\sqrt{3} \angle 0^\circ$ توسط امپدانس $(Z = j5)$ به هم وصل

شده اند توان اکتیو و راکتیو متصل شده از 1 به 2 را بر حسب وات و وار بدست بیاورید.

(مقدار R در خطوط انتقال کم است پس میشود صرف نظر کرد)



(حل)

$$S_1 = \frac{1}{2} V \times \left[\frac{1 \angle 0^\circ - \sqrt{0} \angle 3^\circ}{j5} \right]^* = \frac{1}{2} \times \left[\frac{0 \angle 0^\circ - \sqrt{0} \angle 3^\circ}{j5} \right]^* =$$

$$1 \angle 0^\circ \times \left[\frac{1 \angle 0^\circ - \sqrt{0} \angle 3^\circ}{5 \angle 90^\circ} \right]^* = \frac{1}{5} \times \left[(0 \angle 0^\circ - (\sqrt{0} \angle 3^\circ)) \right]^* = \frac{1}{5}$$

$$1 \angle 0^\circ \times \left[(0 \angle 0^\circ) - (\sqrt{0} \angle 3^\circ) \right] = (0 \angle 0^\circ) - (\sqrt{0} \angle 2^\circ) = \frac{6}{5}$$

$$20 \cos(20) + j20 \sin(90) - 10\sqrt{3} \cos(120) - j10\sqrt{3} \sin(120) =$$

$$0 + j20 - 10\sqrt{3} \left(-\frac{1}{2} \right) - j10\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = j20 + 5\sqrt{3} - j15$$

$$S_{12} = 5\sqrt{3} + j5$$

$$P_{12} = \frac{10 \times 5\sqrt{3}}{5} \sin(30 - 0) = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{3}W$$

$$Q_{12} = \frac{10}{5} \left[10 - 5\sqrt{3} \cos 30^\circ \right] = 2 \left(10 - 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$20 - 15 = 5VAR$$

مدارهای سه فاز متعادل:

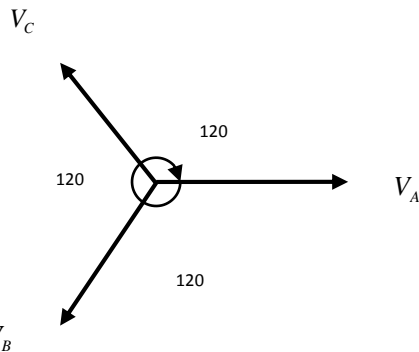
تولید انتقال و توزیع توسط مدارهای سه فاز صورت می گیرد. برای حداقل کردن تلفات معمولاً

سعی می شود ولتاژها متعادل باشد یعنی اندازه ولتاژها یکسان و اختلاف آنها 120 درجه باشد

به منبع سه فازی که دارای اندازه های یکسان و اختلاف فاز 120 درجه نسبت به هم داشته

باشند منبع متقارن می‌گوییم. در بحث سه فاز اگر ولتاژهای تولیدی فازها به ترتیب a سپس b و پس از آن C به مقادیر ماکزیمم خود برسند توالی فازها مثبت می‌گوییم. (ABC)

اما اگر ابتدا فاز a و بعد از آن فاز C و سپس فاز b به مقادیر ماکزیمم خود برسند توالی فاز منفی می‌گوییم. (acb)



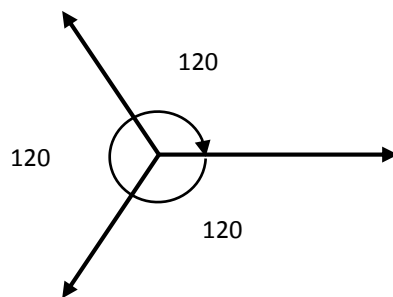
توالی مثبت:

$$V_A = V \cos \omega t$$

$$V_B = V \cos(\omega t - 120)$$

$$V_C = V \cos(\omega t + 120)$$

توالی منفی:



$$V_A = V \cos \omega t$$

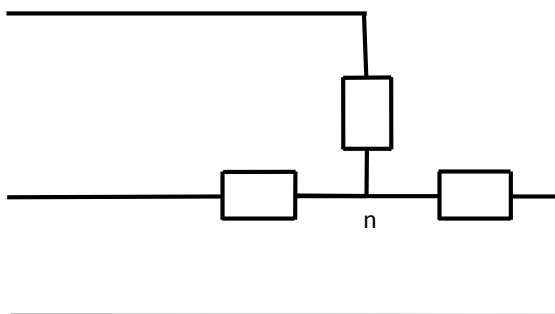
$$V_B = V \cos(\omega t + 120)$$

$$V_C = V \cos(\omega t - 120)$$

در سیستم قدرت معمولاً ژنراتورها بصورت ستاره متصل میشوند اما بارها میتوانند ستاره یا مثلث باشند ژنراتورها را کمتر بهصورت مثلث بطور کامل متعادل نیست زیرا یک ولتاژ باقی مانده خواهیم داشت که باعث ایجاد جریان چرخش می‌شود هم چنین در اتصال ستاره ولتاژهای فاز

مقادیر کمتری نسبت به مثلث دارند بنابراین عایق کمتری نیاز دارد ضمناً در اتصال ستاره

ژنراتورها از نقطه صفر یا خنثی ستاره برای زمین کردن و مقاصد حفاظتی استفاده می شود.



اتصال ستاره (توالی فاز مثبت):

$$V_{AB} = V_{An} + V_{nB} = V_{An} - V_{Bn} = (V_P \angle 0) - (V_P \angle -120) =$$

$$V_P = (1 \angle 0 - 1 \angle -120) = V_P \sqrt{3} \angle 30 = \sqrt{3} V_{An} \angle 30$$

$$V_{BC} = V_{Bn} - V_{nC} = V_{Bn} - V_{Cn} = (V_P \angle -120) - (V_P \angle +120) =$$

$$V_P (1 \angle -120 - 1 \angle 120) = V_P \sqrt{3} \angle -90 = \sqrt{3} V_P \angle -90$$

$$\Rightarrow V_{BC} = \sqrt{3} V_{BC} \angle 30$$

$$V_{CA} = V_{nC} - V_{nA} = V_{nC} - V_{An} = \dots = \sqrt{3} V_P \angle 150 \Rightarrow V_{CA} = \sqrt{3} V_{Cn} \angle 30$$

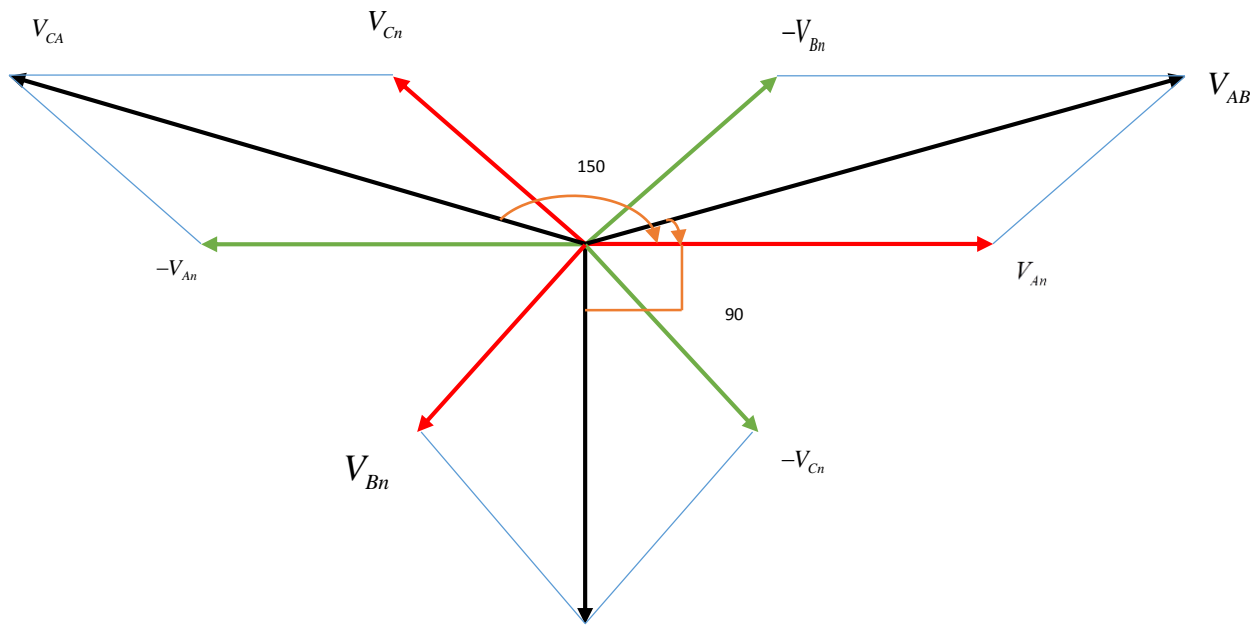
ولتاژ هر خط $\sqrt{3}$ برابر اندازه ولتاژ همان فاز است:

زاویه ولتاژ خط به اندازه 30° درجه بیشتر از زاویه فاز مربوطه است.

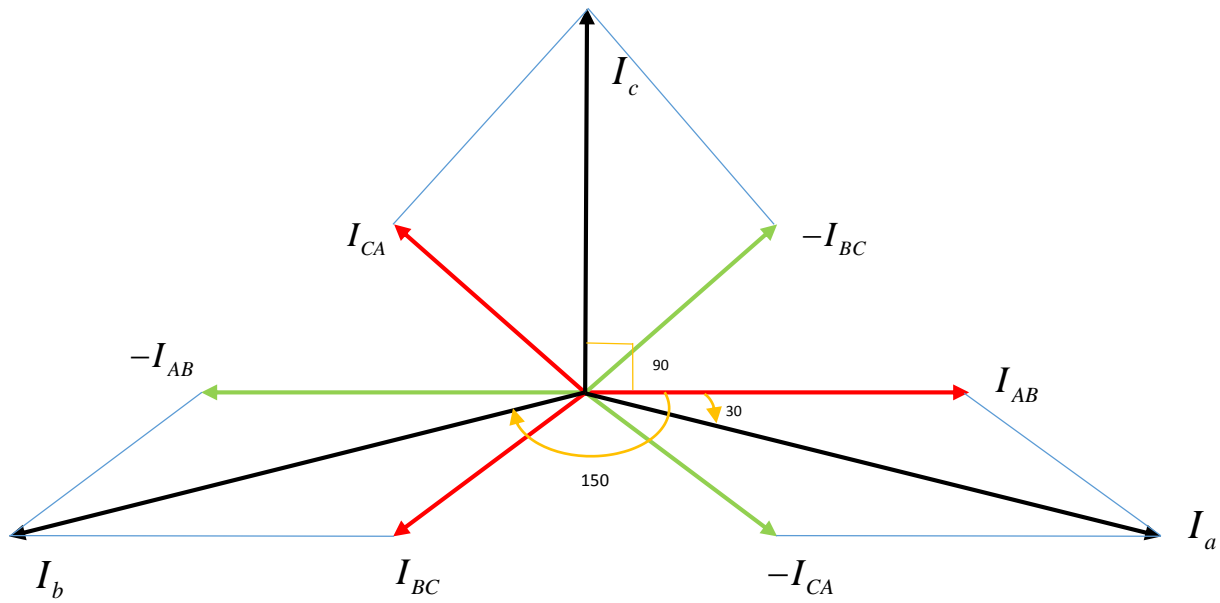
$$V_{AB} = \sqrt{3} V_{An} \angle 30$$

$$V_{BC} = \sqrt{3} V_{Bn} \angle 30$$

$$V_{CA} = \sqrt{3} V_{Cn} \angle 30$$



برای رسم شکل مثلا $V_{An} - V_{Bn}$ در امتداد فاز V_{Bn} در جهت عکس یک بردار V_{Bn} می کشیم و در ادامه با برآینده گرفتن اندازه V_{An} بدست می آید.



$$I_a = \sqrt{3}I_{AB} \angle -30$$

جریان خط:

$$I_b = \sqrt{3}I_{BC} \angle -30$$

$$I_c = \sqrt{3}I_{CA} \angle -30$$

جریان فاز:

$$I_{AB} = I_P \angle 0$$

$$I_{BC} = I_P \angle -120$$

$$I_{CA} = I_P \angle 120$$

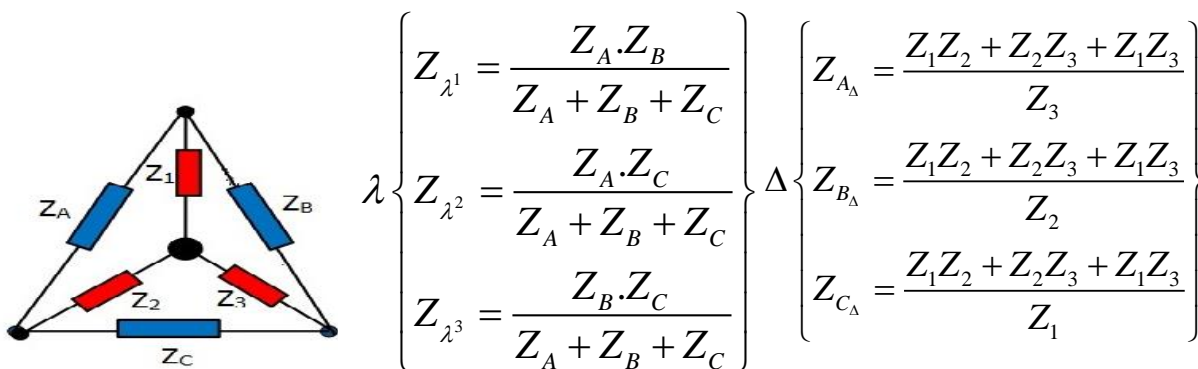
جریان خط: $\sqrt{3}$ برابر جریان همان فاز و زاویه آن 30 درجه کاهش میابد.

$$I_a = I_{AB} - I_{CA} = I_P \angle 0 - I_P \angle 120 = I_P (1 \angle 0 - 1 \angle 120) = \sqrt{3}I_{AB} \angle -30$$

$$I_b = \dots = \sqrt{3}I_{BC} \angle -30 = \sqrt{3}I_P \angle -150 = \sqrt{3}I_P \angle -30$$

$$I_c = \dots = \sqrt{3}I_{CA} \angle -30 = \sqrt{3}I_P \angle 90$$

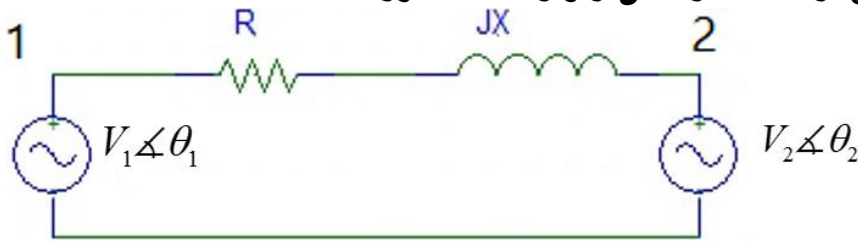
امپدانس:



اگر اندازه امپدانس برابر باشند. برای تبدیل ستاره به مثلث کافیت امپدانس راسه برابر کنیم.

برای تبدیل مثلث به ستاره کافیت هر امپدانس را $\frac{1}{3}$ کنیم.

مثال 12) مقدار توان انتقالی از 1 به 2 در شکل زیر را بدست آورید.

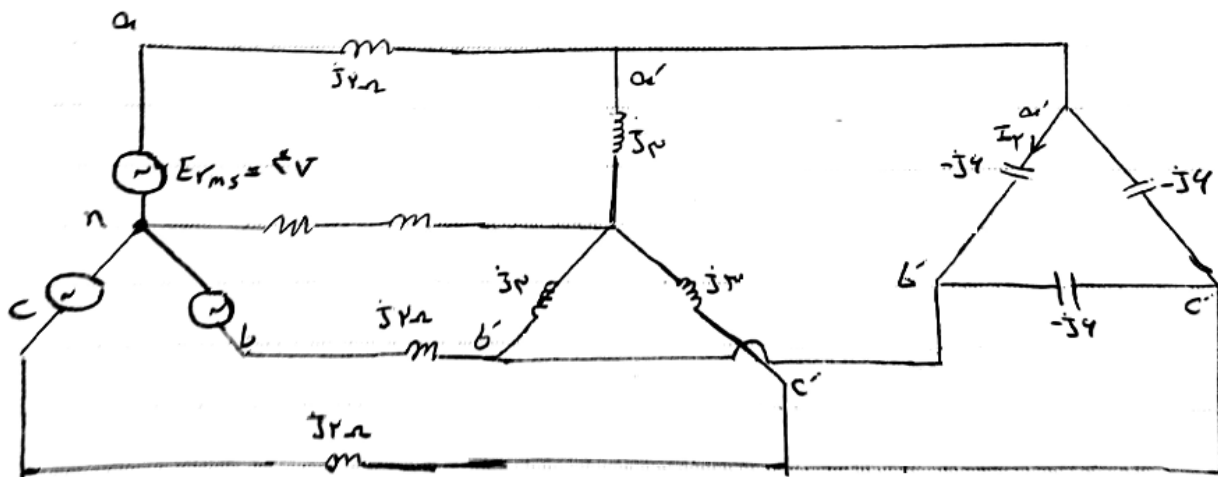


حل

$$X_{12} = \frac{jx \cdot jx + jx \cdot j2x + jx \cdot j2x}{j2x} = \frac{jx + j2x + j2x}{2} = \frac{5}{2} jx$$

$$P_{12} = \frac{|V_1||V_2|}{X_{12}} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{|V_1||V_2|}{\frac{5}{2}} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{2}{5} \frac{|V_1||V_2|}{x} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

مثال 13) اندازه و مقدار I_2 را بدست آورید.



ابتدا مثلث را به ستاره تبدیل می کنیم و سپس برای یک فاز حل می کنیم.

$$Z = j3 \parallel -j2 = \frac{6}{j} = -6j$$

$$V_1 = \frac{4 \times (-6j)}{j2 + (-6j)} = \frac{24j}{-4j} = 6v$$

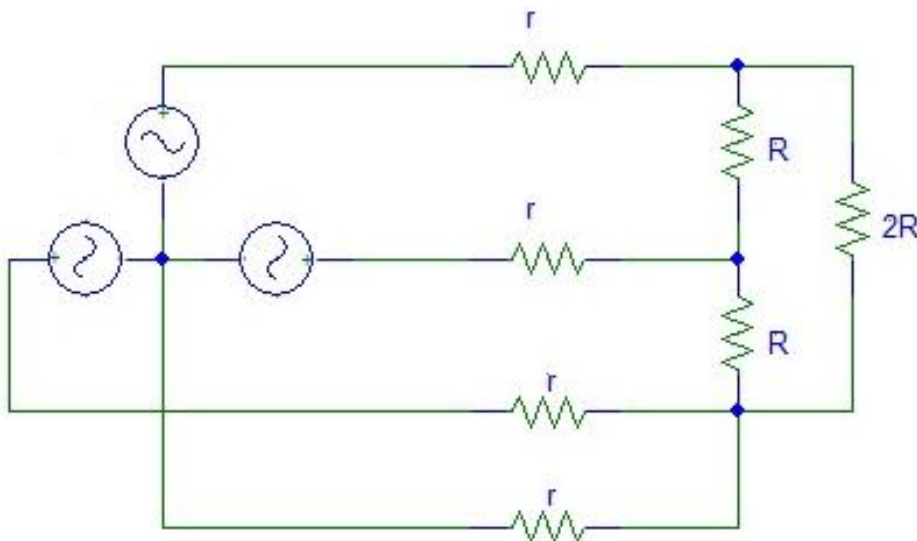
$$V_1 = Va'n' = 6 \rightarrow Vab = \sqrt{3}Va'n' \angle 30 = 6\sqrt{3} \angle 30$$

ولتاژ خط در ستاره $\sqrt{3}$ برابر ولتاژ فاز و زاویه آن 30 درجه اضافه می شود.

ولتاژ خط و فاز در مثلث باهم برابرند:

$$I_2 = \frac{Vab}{-j6} = \frac{6\sqrt{3} \angle 30}{-j6} = \frac{6\sqrt{3} \angle 30}{6 \angle -90} = \sqrt{3} \angle 120 A$$

مثال 14 در صورتی که ولتاژ دوسر بار متعادل باشد و داشته باشیم

$$I_A \begin{cases} V_a = V \angle 0 \\ V_b = V \angle -120 \\ V_c = V \angle +120 \end{cases}$$


را محاسبه کنید.

$$-I_a + \frac{V_a - V_b}{R} + \frac{V_a - V_c}{2R} = 0$$

$$I_a = \frac{V_a - V_b}{R} + \frac{V_a - V_c}{2R} = \frac{V - V \angle -120}{R} + \frac{V - V \angle 120}{2R}$$

$$= \frac{V(1 - 1 \angle -120)}{R} + \frac{V(1 - 1 \angle 120)}{2R} = \frac{\sqrt{2}V}{2R}$$

توان 3 فاز متعادل:

$$\begin{cases} V_a = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta_v) \\ V_b = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta_v - 120) \\ V_c = \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta_v + 120) \end{cases} \quad \begin{cases} I_a = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \theta_i) \\ I_b = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \theta_i - 120) \\ I_c = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \theta_i + 120) \end{cases}$$

$$P_{3\phi} = V_a \cdot I_a + V_b \cdot I_b + V_c \cdot I_c$$

$$= \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta_v) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$+ \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta_v - 120) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \theta_i - 120)$$

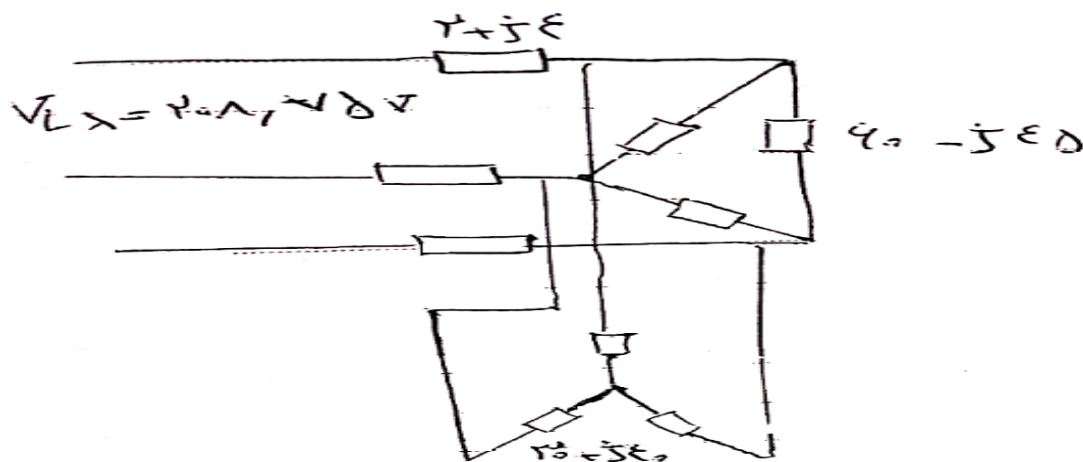
$$+ \sqrt{2}V \cos(\omega t + \theta_v + 120) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \theta_i + 120)$$

$$= VI \cos(\theta_v - \theta_i) + VI \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

$$+ VI \cos(\theta_v - \theta_i) + VI \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i - 240)$$

$$+ VI \cos(\theta_v - \theta_i) + VI \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i + 240) = 3VI \cos(\theta_v - \theta_i) = 3VI \cos \phi$$

مثال 15) جریان منبع و توان را کتیو آنرا (منبع) بدست آورید.



$$Z' = (30 + j40) \parallel (20 - j15) = \frac{1200 + j350}{50 + j25} = \frac{1250 \angle 16/26}{55/9 \angle 26/36} = 22 - j4$$

$$Z_t = 2 + j4 + Z' = 2 + j4 + 22 - j4 = 24 \Omega$$

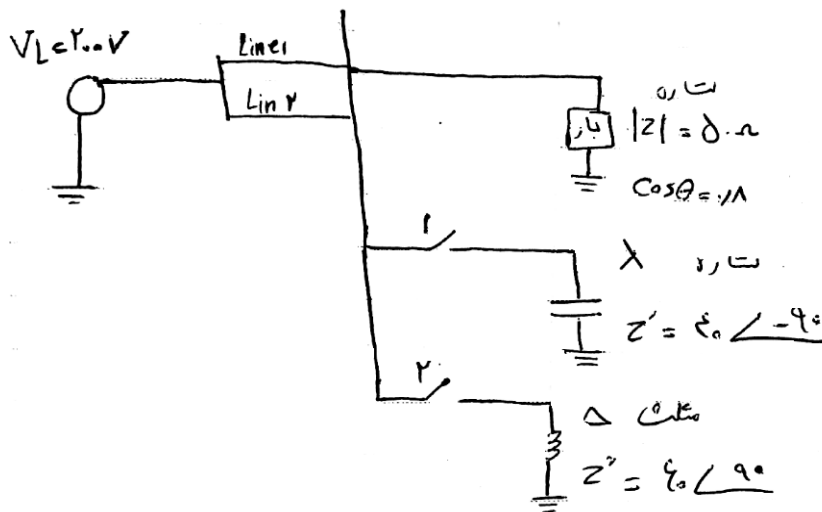
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{208/75/\sqrt{3}}{24} = \frac{120}{24} = 5 \angle 0 \text{ A}$$

$$S = 3VI^* = 3 \times 120 \angle 0 \times 5 \angle 0 = 1800$$

$$S = P + jQ \Rightarrow P = 1800 \text{ W} \rightarrow Q = 0$$

مثال 16) شکل زیر را در نظر بگیرید و اختلاف ضریب توان را بین حالتی که تنها کلید 1 وصل

است و حالتی که تنها کلید 2 وصل است بدست آورید.



$$S_Z = \frac{3V_{PH}^2}{Z^*} = \frac{3 \times \left(\frac{200}{\sqrt{3}}\right)^2}{50 \angle -36/87} = \frac{200^2}{50 \angle -36/87} = 640 + j480$$

$$S_{Z'} = \frac{3V_{PH}^2}{Z^*} = \frac{3 \times \left(\frac{200}{\sqrt{3}}\right)^2}{40 \angle 90} = \frac{200^2}{40 \angle 90} = -j1000$$

$$S_{Z''} = \frac{3V_{PH}^2}{Z^*} = \frac{3 \times 200^2}{60 \angle -90} = j2000$$

حالت اول:

$$S_{T_1} = S_Z + S_{Z''} = 640 + j480 - j1000 = 640 - j520$$

$$\cos \phi_1 = \frac{640}{\sqrt{640^2 + 520^2}} = 0.77$$

حالت دوم:

$$S_{T_2} = S_Z + S_{Z''} = 640 + j480 + j2000 = 640 - j2480$$

$$\cos \phi_2 = \frac{640}{\sqrt{640^2 + 2480^2}} = 0.25$$

$$\cos \phi_T = \cos \phi_1 - \cos \phi_2 = 0.77 - 0.25 = 0.52$$

پریونیت (یکایی یا نرمالیزه کردن):

در محاسبات سیستم قدرت از پریونیت استفاده میکنیم.

پریونیت بیشتر در جاهایی کاربرد دارد که تعداد زیادی ترانسفورماتور و سطوح مختلف ولتاژ

داشته باشیم بنابراین بوسیله پریونیت با اعداد کوچک تر و محاسبات ساده تر روبرو میشویم.

$$\text{مقدار واقعی کمیت} \\ \text{مقدار مبنای آن} = \text{مقدار پریونیت}$$

معمولا در سیستم قدرت دو کمیت ولتاژ و توان به عنوان مبنا در نظر گرفته می شود بنابراین می

توانیم به کمک روابط زیر امیدانس مبنا را نیز بدست آوریم.

$$V_{pu} = \frac{V_{real}}{V_B}$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B}$$

$$S_{pu} = P_{pu} + jQ_{pu}$$

روابط در پریونیت و مبنا صادق هستند.

نکته) اگر کمیت مبنا در نظر گرفته شود برای کمیت های هم جنس آن نیز همان مبنا را استفاده می کنیم.

$$\begin{cases} Z_B = 50\Omega \\ R_B = ? \\ X_B = ? \end{cases} \quad \begin{cases} S_B = 100MVA \\ P_B = ? \\ Q_B = ? \end{cases}$$

نکته) اندازه بیس کمیت ها در دو طرف ترانسفورماتور متفاوت است اما مقدار پریونیت آنها برار می باشد.

نکته) یکه سازی در زاویه تاثیر ندارد.

$$Z_B = \frac{V_B}{I_B}$$

$$V_{B_2} = \frac{N_2}{N_1} \cdot V_{B_1}$$

$$Z_{B_2} = \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 Z_{B_1}$$

$$I_{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot I_{B_1}$$

$$S_B = S_{B_1} = S_{B_2}$$

مثال 17) باتوجه به شکل زیر مقدار I_B و I_{pu} را بدست بیاورید.

$$V_B = 100v$$

$$Z_B = 25_{\Omega}$$

حل)

$$I_B = \frac{V_B}{Z_B} = \frac{100}{25} = 4A$$

$$R_{pu} = \frac{R_{real}}{R_B} = \frac{R_{real}}{Z_B} = \frac{100}{25} = 4$$

$$X_{pu} = \frac{X_{real}}{X_B} = \frac{X_{real}}{Z_B} = \frac{75}{25} = 3$$

$$Z_{pu} = R_{pu} + jX_{pu} = 4 + j3$$

$$V_{pu} = \frac{V_{real}}{V_B} = \frac{100 \angle 0}{100} = 1 \angle 0$$

$$I_{pu} = \frac{V_{pu}}{Z_{pu}} = \frac{1 \angle 0}{4 + j3} = \frac{1 \angle 0}{\sqrt{4^2 + 3^2} \angle \tan^{-1} \frac{3}{4}} = \frac{1 \angle 0}{5 \angle 36/87}$$

$$= \frac{1}{5} \angle -36/87 = 0.2 \angle -36/87$$

مثال 18) یک سلف با ولتاژ $25kv$ و مقدار $500MVAR$ توان راکتیو مصرف میکند راکتانس

سلف چقدر است؟ (چند پیونیت است)

$$V_L = 25kv, Q = 500MVA, V_B = 25kv, S_B = 500MVA$$

(حل)

$$X_L = \frac{V^2}{Q} = \frac{(25 \times 10^3)^2}{500 \times 10^6} = \frac{25^2 \times 10^6}{500 \times 10^6} = \frac{5}{4}$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{(25k)^2}{500M} = \frac{5}{4}$$

$$X_{pu} = \frac{X_{real}}{Z_B} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} = 1pu$$

برای تغییر مبنا از روش زیر استفاده می کنیم:

$$Z_{pu_{new}} = Z_{pu_{old}} \times \left(\frac{Z_{pu_{old}}}{Z_{pu_{new}}} \right)^2 \times \frac{S_{B_{new}}}{S_{B_{old}}}$$

مثال 19) یک مولد 3 فاز دارای راکتانس تونن $0/2pu$ در مبنا $13/2kv$ و $30MVA$ است

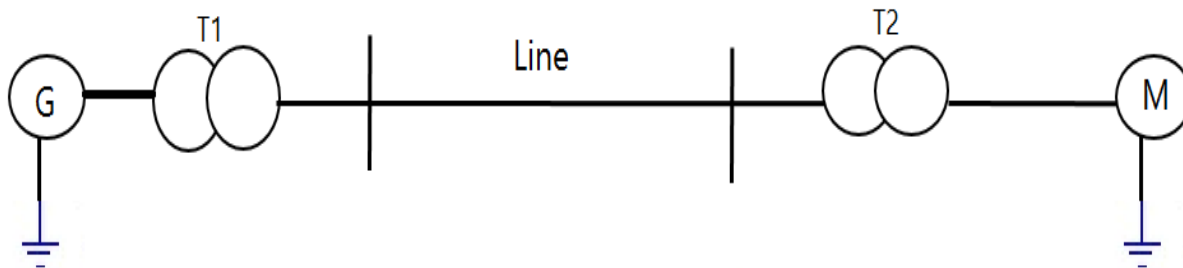
در مبنا جدید با مقادیر $13/8kv$ و $50MVA$ مقدار راکتانس جدید به پریونیت را بدست

$$\begin{cases} X_{old} = 0/2pu \\ V_{old} = 13/2kv \\ S_{B_{old}} = 30MVA \end{cases} \quad \begin{cases} X_{new} = ? \\ V_{B_{new}} = 13/8kv \\ S_{B_{new}} = 50MVA \end{cases} \quad \text{بیاورید.}$$

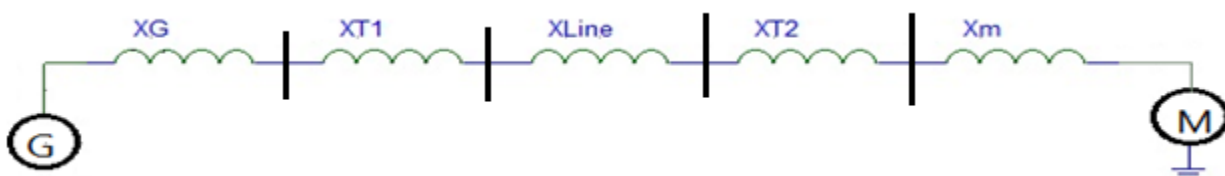
(حل)

$$X_{pu_{new}} = X_{pu_{old}} \times \left(\frac{V_{pu_{old}}}{V_{pu_{new}}} \right)^2 \times \frac{S_{B_{new}}}{S_{B_{old}}} =$$

$$X_{pu_{new}} = 0.2 \times \left(\frac{13/2}{13/8} \right)^2 \times \frac{50}{30} = 0.305 pu$$



نمایش تک خطی (امپدانس)



مراحل حل تمارین:

1. ولتاژ بیس نقاط مختلف خط را بدست می آوریم (باتوجه به رابطه $V_{B_2} = \frac{N_2}{N_1} V_{B_1}$ در

ترانس)

2. به کمک رابطه $X_{pu_{new}} = X_{pu_{old}} \times \left(\frac{V_{pu_{old}}}{V_{pu_{new}}} \right)^2 \times \frac{S_{B_{new}}}{S_{B_{old}}}$ مقادیر راکتانس عناصر مدار را

بدست می آوریم.

3. به کمک رابطه $Z_{B_{Line}} = \frac{V_{Line}^2}{S_{Line}}$ امپدانس خط را بدست می آوریم.

4. معمولاً X واقعی خط در مدارات داده می شود.

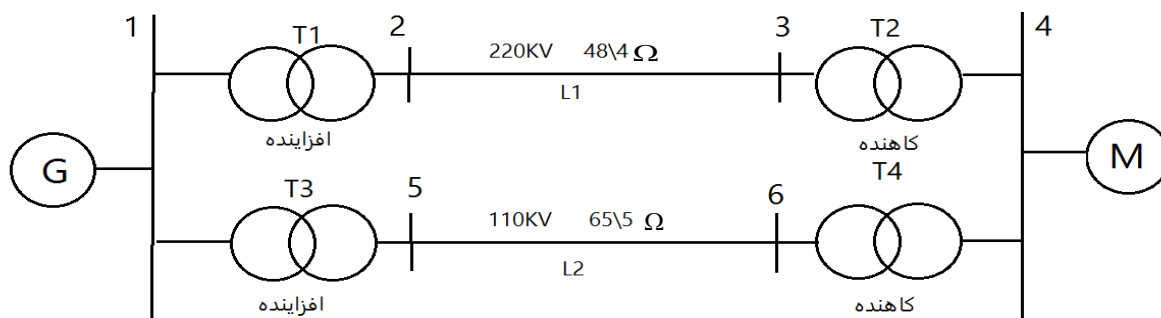
پس به کمک رابطه $X_{pu\ Line} = \frac{X_{real}}{Z_B}$ مقادیر امپدانس pu بدست می آید.

نکته) S_B در تمام نقاط مدار یکسان است.

5. مدار معادل امپدانس را رسم کرده به سوالات پاسخ می دهیم.

مثال 20) دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت سه فاز در شکل نشان داده شده است مقادیر

مینا $V_B = 22kV, S_B = 100MVA$ هستند امپدانس دیده شده از شین یک چقدر است؟



$$G : 90MVA, 22kV, X = \% 18$$

$$T_1 : 50MVA, \frac{22}{220} kV, X = \% 10$$

$$T_2 = 40MVA, \frac{220}{11} kV, X = \% 6$$

$$T_3 = 40MVA, \frac{22}{110} kV, X = \% 6.4$$

$$T_4 = 40MVA, \frac{110}{11} kV, X = \% 8$$

$$M = 66.5MVA, 10.45kV, X = \% 18.5$$

(حل)

$$V_B = V_{B_1} = 22kv$$

$$V_{B_2} = \frac{N_2}{N_1} V_{B_1} = \frac{220}{22} \times 22 = 220 = V_{B_3}$$

$$V_{B_4} = \frac{N_2}{N_1} V_{B_3} = \frac{11}{220} \times 220 = 11kv$$

$$V_{B_5} = \frac{N_2}{N_1} V_{B_1} = \frac{110}{22} \times 22 = 110kv = V_{B_6}$$

ژنراتور:

$$X_{G_{new}} = X_{old} \times \left(\frac{V_{B_{old}}}{V_{B_{new}}} \right)^2 \times \frac{S_{B_{new}}}{S_{B_{old}}} = 0/18 \times \left(\frac{22k}{22k} \right)^2 \times \frac{100}{90} = 0/2 pu$$

ترانس ها:

$$X_{T_1} = 0/1 \times \left(\frac{220}{220} \right)^2 \times \frac{100}{50} = 0/2 pu$$

$$X_{T_2} = 0/06 \times \left(\frac{11}{11} \right)^2 \times \frac{100}{40} = 0/15 pu$$

$$X_{T_3} = 0/064 \times \left(\frac{110}{110} \right)^2 \times \frac{100}{40} = 0/16 pu$$

$$X_{T_4} = 0/08 \times \left(\frac{11}{11} \right)^2 \times \frac{100}{40} = 0/2 pu$$

موتور:

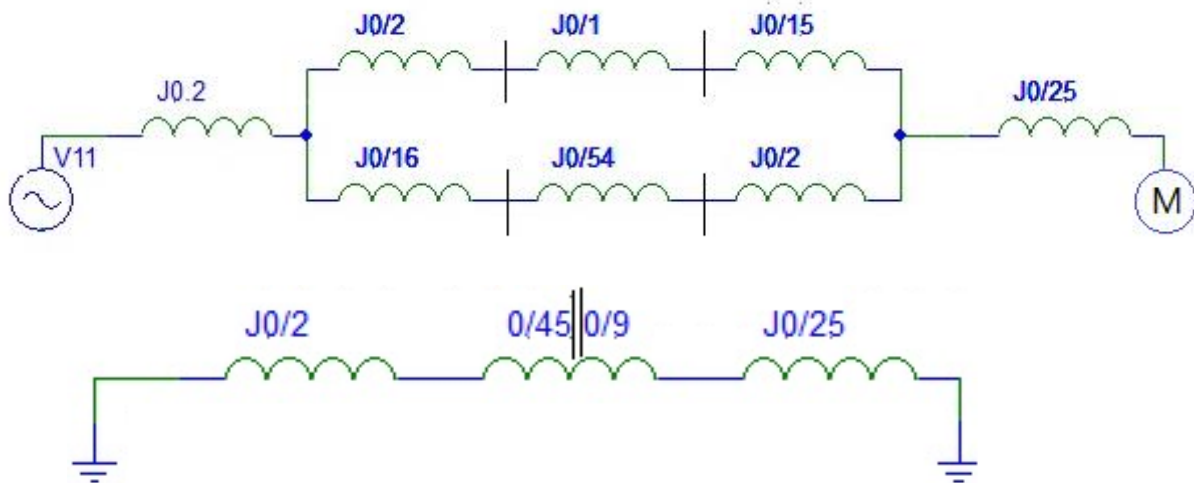
$$X_{M_{new}} = 0.185 \times \left(\frac{10/45}{11} \right)^2 \times \frac{100}{66/5} = 0.25 pu$$

$$Line1: Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{(220 \times 10^3)^2}{100 \times 10^6} = \frac{220 \times 220}{100} = 484$$

$$X_{pu_{Line1}} = \frac{X_{real}}{X_{B_{L1}}} = \frac{48/4}{484} = 0.1 pu$$

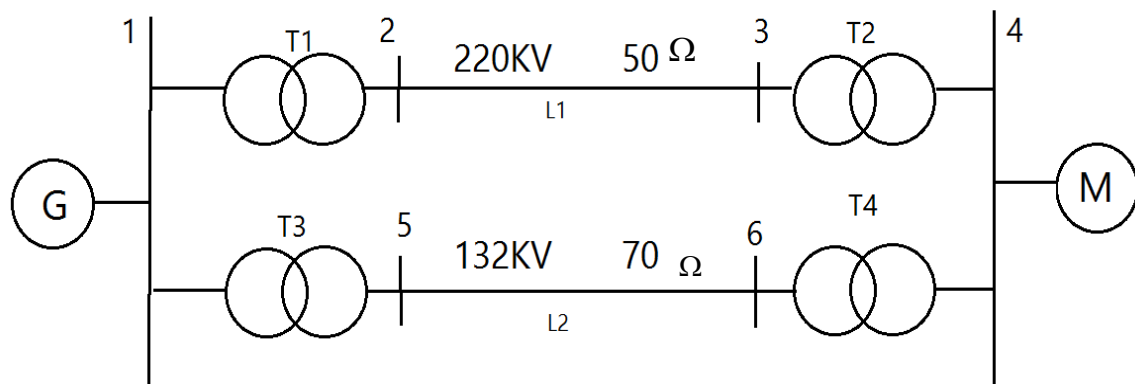
$$Line2, Z_{B_{L2}} = \frac{V_B^2}{S_B} = \frac{(110 \times 10^3)^2}{100 \times 10^6} = 121$$

$$X_{pu_{Line2}} = \frac{X_{real}}{Z_B} = \frac{65/5}{121} = 0.54 pu$$



$$X_{shin1} = \left[(0.45 j \parallel 0.9 j) + 0.25 j \right] \parallel 0.2 j = 0.14 j$$

مثال 21) دیاگرام تک خطی به سیستم سه فاز در شکل زیر نشان داده شده است با در نظر گرفتن مقادیر مبنا $13/8\text{kv}$ و 100MVA در سمت ژنراتور اپمندانس بین دو شین 1 و 4 به پریونیت محاسبه کنید.



(حل)

$$G = 90\text{MVA}, 13/8\text{kv}, X_g = 18\%$$

$$T_1 = 50\text{MVA}, \frac{13/8}{220}\text{kv}, X_{T_1} = 10\%$$

$$T_2 = 50\text{MVA}, \frac{220}{11}\text{kv}, X_{T_2} = 10\%$$

$$T_3 = 50\text{MVA}, \frac{13/8}{132}\text{kv}, X_{T_3} = 10\%$$

$$T_4 = 50\text{MVA}, \frac{132}{11}\text{kv}, X_{T_4} = 10\%$$

پارامترهای خط انتقال: در خط انتقال چهار پارامتر قابل محاسبه داریم که عبارتند

از R و L (اندوکتانس) و C (کاپاسیتانس) و G (کنداکتانس)

پارامترهای نام برده برای تعیین مدل خط انتقال در بررسی سیستم های قدرت ضروری هستند. کاپاستیناس و اندوکتانس ناشی از اثرات میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی در اطراف هادی می باشد.

کنداکتانس موازی از جریان ناشی که در عایق و هوای یونیزه شده اطراف آن جریان دارد ناشی میشود.

جریان ناشی در مقایسه با جریانی که از خط انتقال میگذرد و همچنین جریانی که از ظرفیت خازن عبور میکند قابل چشم پوشی است بنابراین از G صرف نظر میکنیم.
کرونا:.....

اثرات پوستی و اثر همسایگی:.....

مثال 22) یک خط انتقال سه فاز با مقادیر نامی 220kv و $190/5\text{MVA}$ و طول 63km در نظر بگیرید اگر مقاومت ویژه خط هادی $2/84 \times 10^{-8}$ تلفات خط $2/5\%$ توان نامی باشد مقدار قطر هادی چند اینچ می باشد؟

(حل)

$$P_{LOSS} = 2/5\% S_n = 0/025 \times 190/5 = 4/76\text{MVA}$$

$$S = \sqrt{3}.V_L.I_L$$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3}.V} = \frac{190/5 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 220 \times 10^3} = \frac{19050}{\sqrt{3} \times 22} = 500\text{A}$$

$$P_{LOSS} = 3RI^2 \Rightarrow 4/76 \times 10^6 = 3 \times R \times 500^2$$

$$\Rightarrow R = \frac{4/76 \times 10^6}{3 \times 500^2} = \frac{476}{75} = 6/35\Omega$$

$$R = \frac{P.L}{R} \Rightarrow R = \frac{P.L}{A} = \frac{2/84 \times 10^{-8} \times 63 \times 10^{-3}}{6/35} = 2/81763 \text{ cm}^2$$

$$A = \pi r^2 = r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{2/81763}{3/14}} = 0/94$$

$$d = 2 \times r = 2 \times 0/94 = 1/88 \text{ cm} = \frac{1/88}{2/54} = 0/74 \text{ inch}$$

اندوکتانس: قسمت نیروی محرکه القایی ناشی از تغییرات شار اهنگ تغییرات جریان نسبت

به زمان

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} \Rightarrow e = \frac{\partial (L.I)}{\partial t} \Rightarrow e = L \frac{\partial I}{\partial t} \Rightarrow L = \frac{e}{\frac{\partial I}{\partial t}}$$

داخلی:

$$L = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$$

خارجی:

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial t} \Rightarrow e = \frac{\partial (L.I)}{\partial t} \Rightarrow e = L \frac{\partial I}{\partial t} \Rightarrow L = \frac{1}{2} \times 10^{-7} L_n \frac{X}{r'}$$

$$r' = r e^{-\frac{1}{4}}$$

مثال 22) اندوکتانس کل یک هادی باشعاع $r = e^{-\frac{5}{4}} m$ در فاصله $X = e^5 m$ آن چقدر است؟

(حل)

$$\begin{aligned}
 L &= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{X}{r'} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{e^5}{r'} \\
 &= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{e^5}{re^{-\frac{1}{4}}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{e^5}{e^{\frac{5}{4}} \cdot e^{-\frac{1}{4}}} \\
 &= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{e^5}{e^1} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} e^4 \\
 2 \times 10^{-7} \times 4 \times 1 &= 8 \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]
 \end{aligned}$$

اندوکتانس خط تکفاز دو سیمه:

اگر ضلع سیم های رفت و برگشت یکی نباشد:

$$\begin{aligned}
 La &= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'_1}, Lb = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'_2} \\
 L_T &= La + Lb = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'_1} + 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'_2} \\
 &= 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} \frac{D}{r'_1} + \text{Ln} \frac{D}{r'_2} \right) = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D^2}{r'_1 \cdot r'_2}
 \end{aligned}$$

اگر ضلع سیم های رفت و برگشت یکی باشد:

$$r_1 = r_2 \Rightarrow L_T = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D^2}{r' \cdot r'} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D^2}{r'^2}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \left(\frac{D}{r'} \right)^2 \Rightarrow L_T = 4 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'}$$

مثال 23) اندوکتانس خط تکفاز دوسیمه زیر را محاسبه کنید.

$$D = 5r, r'_1 = 0.5r, r'_2 = 2r'_1, \text{Ln}2 = 0.7, \text{Ln}5 = 1.6$$

(حل)

$$L_T = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D^2}{r'_1 \cdot r'_2} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{(5r)^2}{5r \cdot r}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{25}{0.5} \Rightarrow 2 \times 10^{-7} \text{Ln}50 = 2 \times 10^{-7} \text{Ln}(25 \times 2)$$

$$= 2 \times 10^{-7} (\text{Ln}25 + \text{Ln}2) = 2 \times 10^{-7} (\text{Ln}5^2 + 0.7)$$

$$= 2 \times 10^{-7} (2\text{Ln}5 + 0.7) = 2 \times 10^{-7} (2 \times 1.6 + 0.7)$$

$$= 7.8 \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$$

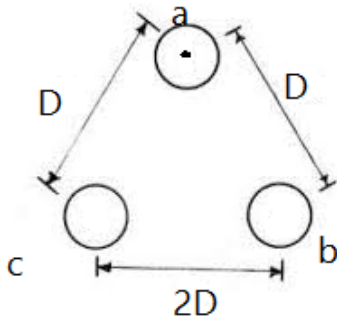
اندوکتانس خود القایی و القای متقابل:

$$\left. \begin{array}{l} L_{11} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{r'_1} \\ L_{22} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{r'_2} \end{array} \right\} L_{12} = L_{21} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{D}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= L_{11}I_1 + L_{12}I_2 \\ \lambda_2 &= L_{21}I_1 + L_{22}I_2 \end{aligned} \right\} L = \frac{\lambda}{I}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

مثال 24) اندوکتانس La را در شکل زیر برست اورید؟



حل

$$\sum I = 0 \Rightarrow I_a + I_b + I_c = 0 \Rightarrow I_b + I_c = -I_a$$

$$\lambda_a = L_{aa} \cdot I_a + L_{ab} \cdot I_b + L_{ac} \cdot I_c$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \times I_a \ln \frac{1}{r'_a} + 2 \times 10^{-7} \times I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + 2 \times 10^{-7} \times I_c \ln \frac{1}{D_{ac}}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times I_a \ln \frac{1}{r'_a} + 2 \times 10^{-7} \times \ln \frac{1}{D} (I_b + I_c)$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times I_a \ln \frac{1}{r'_a} - 2 \times 10^{-7} \times I_a \ln \frac{1}{D}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times I_a \operatorname{Ln} \frac{1}{r'_a} - 2 \times 10^{-7} \times I_a \operatorname{Ln} D^{-1}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times I_a \operatorname{Ln} \frac{1}{r'_a} + 2 \times 10^{-7} \times I_a \operatorname{Ln} D$$

$$= 2 \times 10^{-7} \times I_a \left(\operatorname{Ln} \frac{1}{r'_a} + \operatorname{Ln} D \right)$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} I_a \operatorname{Ln} \frac{D}{r'_a}$$

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I_a} = \frac{2 \times 10^{-7} I_a \operatorname{Ln} \frac{D}{r'_a}}{I_a} = 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{D}{r'_a}$$

مثال 25) در یک خط تکفاز دو سیمه $D = e^{3/75} r$ مقدار را بدست آورد.

(حل)

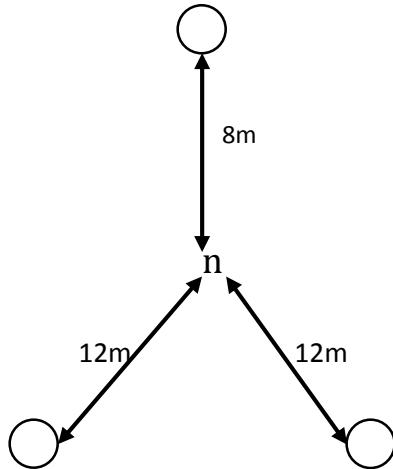
$$2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{1}{r'} - 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{1}{D} = 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{r'}{\frac{1}{D}} = 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{D}{r'}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{e^{3/75}}{re^{-\frac{1}{4}}} = 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} \frac{e^{3/75}}{e^{-\frac{1}{4}}} = 2 \times 10^{-7} \operatorname{Ln} e^4 = 8 \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$$

مثال 26) در شکل زیر $F = 50 \text{ Hz}$ می باشد اندازه ی جریان عبوری از هادی $B = 10 \text{ kA}$

در نظر گرفته می شود مقدار ولتاژ نقطه n چند ولت است؟

$$\operatorname{Ln} 3 = 1/2, \operatorname{Ln} 2 = 0/7, \sum I = 0$$



حل

$$\begin{aligned}\lambda_n &= L a_n I_a + L_{G_N} I_b + L_{C_n} I_c \\ &= 2 \times 10^{-7} I_a L n \frac{1}{12} + 2 \times 10^{-7} I_b L n \frac{1}{8} + 2 \times 10^{-7} I_c L n \frac{1}{12} \\ &= 2 \times 10^{-7} L n \frac{1}{12} \times (I_a + I_c) + 2 \times 10^{-7} I_b L n \frac{1}{8} \\ &= 2 \times 10^{-7} I_b L n \frac{1}{8} - 2 \times 10^{-7} I_b L n \frac{1}{12} \\ &= 2 \times 10^{-7} I_b \left(L n \frac{1}{8} - L n \frac{1}{12} \right) = 2 \times 10^{-7} I_b L n \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{12}}{1} = 2 \times 10^{-7} I_b L n \frac{3}{2} \\ &= 2 \times 10^{-7} I_b (L n 3 - L n 2) = 2 \times 10^{-7} I_b (1/2 - 0/7) = 10^{-7} I_b\end{aligned}$$

$$e = j \lambda \omega = j 10^{-7} I_b 2 \pi F = j \times 10^{-7} \times 10 \times 10^3 \times 2 \pi \times 50 = j \times 10^{-1} \times \pi = j 0.1 \pi$$

اندوکتانس هادی های مرکب:

$$\left. \begin{aligned}L_x &= 2 \times 10^{-7} L n \frac{GMD}{GMR_x} \\ L_y &= 2 \times 10^{-7} L n \frac{GMD}{GMR_y}\end{aligned} \right\} L_T = L_x + L_y$$

فاصله هوایی هندسی هادی های رفت و برگشت:

$$GMD = \sqrt[n \times m]{D_{aa'} \times D_{ab'} \dots D_{ba'} \times D_{bb'} \dots}$$

شعاع متوسط هندسی هادی های رفت:

$$GMR_x = \sqrt[n^2]{D_{aa} \times D_{ab} \dots D_{bb} \times D_{ba} \dots}$$

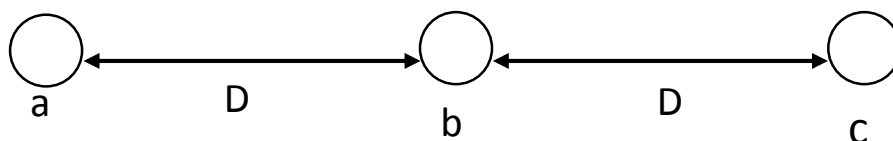
شعاع متوسط هندسی هادی های برگشت:

$$GMR_y = \sqrt[m^2]{D_{a'a'} \times D_{a'b'} \dots D_{b'b'} \times D_{b'a'} \dots}$$

مثال 27) شکل زیر خط تک فاز را نشان میدهد که در آن مسیر رفت از دو هادی a, b مسیر

برگشت از هادی c تشکیل شده است هادی ها یکسان و دارای r هستند اگر $D = 8r$ باشد

اندوکتانس کل چند $\left[\frac{H}{km} \right]$ می باشد؟



(حل)

$$GMD = \sqrt[2 \times 1]{D \times D} = D$$

$$GMR_x = \sqrt[2^2]{D_{aa} \cdot D_{ab} \times D_{bb} \cdot D_{ba}} = \sqrt[4]{r' \times 2D \times r' \times 2D} = \sqrt[4]{(r')^2 \times (2D)^2} = \sqrt{r' \times 2D}$$

$$GMR_y = \sqrt[1^2]{r'} = r'$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{GMD}{GMR_x} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{\sqrt{r' \times 2D}}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{GMD}{GMR_y} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'}$$

$$L_T = L_x + L_y = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{\sqrt{r' \times 2D}} + 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} \frac{D}{\sqrt{r' \times 2D}} + \text{Ln} \frac{D}{r'} \right) = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D^2}{r' \sqrt{r' \times 2D}}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{(8r)^2}{re^{-\frac{1}{4}} \sqrt{re^{-\frac{1}{4}} \times 2(8r)}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{64r^2}{r^2 e^{-\frac{1}{4}} \sqrt{16e^{-\frac{1}{4}}}}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{64}{4e^{-\frac{1}{4}} \left(e^{-\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{2}}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{16}{e^{-\frac{1}{4}} \times e^{-\frac{1}{8}}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{16}{e^{-\frac{3}{8}}}$$

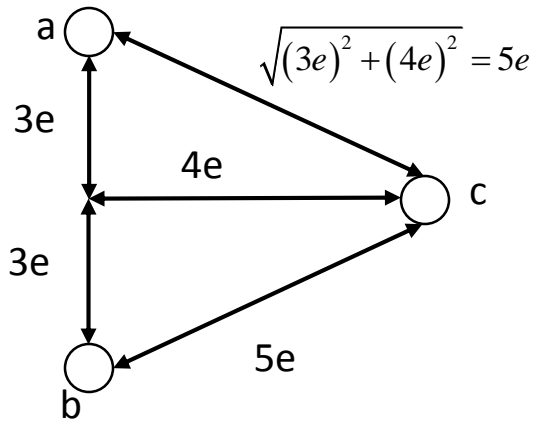
$$= 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} 16 - \text{Ln} e^{-\frac{3}{8}} \right) = 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} 2^4 + \frac{3}{8} \text{Ln} e \right)$$

$$= 2 \times 10^{-7} \left(4 \text{Ln} 2 + \frac{3}{8} \right) = 2 \times 10^{-7} (2/8 + 0/375) = 6/35 \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$$

مثال 28) در یک خط تکفاز مطابق شکل مسیر رفت از دو هادی a, b مسیر برگشت از

هادی c تشکیل شده است. شعاع هادی ها r است اندوکتانس خط چقدر می باشد؟

$$\text{Ln} 2 = 0/7, \text{Ln} 3 = 1/2, \text{Ln} 5 = 1/6, r = e^{-\frac{15}{4}}$$



حل

$$GMD = \sqrt[2 \times 1]{5e \times 5e} = 5e$$

$$GMR_x = \sqrt[2]{D_{aa} \times D_{ab} \times D_{bb} \times D_{ba}} = \sqrt[4]{r' \times 6e \times r' \times 6e} = \sqrt[4]{(r' \times 6e)^2} = \sqrt{r' \times 6e}$$

$$GMR_y = \sqrt[2]{r'} = r'$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{GMD}{GMR_x} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{5e}{\sqrt{r' \times 6e}}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{GMD}{GMR_y} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{5e}{r'}$$

$$L_T = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{5e}{\sqrt{r' \times 6e}} + 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{5e}{r'}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} \frac{5e}{\sqrt{r' \times 6e}} + \text{Ln} \frac{5e}{r'} \right) = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{(5e)^2}{r' \sqrt{r' \times 6e}}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{25e^2}{r e^{-\frac{1}{4}} \sqrt{r e^{-\frac{1}{4}} \times 6e}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{25e^2}{e^{-\frac{15}{4}} \times e^{-\frac{1}{4}} \sqrt{e^{-\frac{15}{4}} \times e^{-\frac{1}{4}} \times 6e}}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{25e^6}{e^{-4} \sqrt{e^{-4} \times 6e}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{25e^6}{\sqrt{e^{-3} \times 6}} = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{25e^6}{e^{-\frac{3}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} 25 + \text{Ln} e^{7/5} - \text{Ln} 6^{\frac{1}{2}} \right) = 2 \times 10^{-7} \left(2 \text{Ln} 5 + 7/5 \text{Ln} e - \frac{1}{2} \text{Ln} (2 \times 3) \right)$$

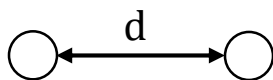
$$= 2 \times 10^{-7} \left(3/2 + 7/5 - \frac{1}{2} (\ln 2 + \ln 3) \right) = 2 \times 10^{-7} \left(10/7 - \frac{1}{2} (0/7 + 1/2) \right)$$

$$= 2 \times 10^{-7} (10/7 - 0/95) = 19/5 \times 10^{-7} \frac{H}{m}$$

اندوکتانس هادی های باندل شده:

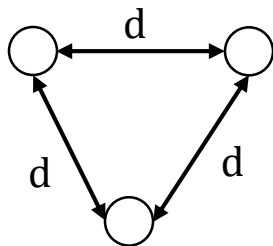
معمولا خطوط انتقال با ولتاژ بالا دارای هادی های باندل شده هستند. باندل کردن هادی ها قرار دادن هادی ها در کنار هم بایک چینش خاص توسط فاصله اندازه ها یا نگهدارنده ها را گویند. هدف از باندل کردن کاهش گرادیان سطح و ولتاژ در سطح خارجی هادی ها می باشد و در نتیجه تلفات کرونا کاهش یافته و همچنین راکتانس نیز کاهش پیدا می کند به علاوه تداخل امواج رادیویی و امپدانس موجب کاهش یافته و عملکرد خط یا خطوط ارتقا می یابد.

شعاع متوسط باندل ها:



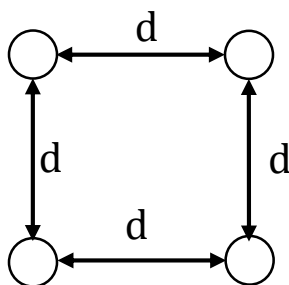
$$D_S^b = \sqrt{D_S \times d}$$

باندل دوتایی



$$D_S^b = \sqrt[3]{D_S \times d^2}$$

باندل سه تایی



$$D_S^b = 1/09 \sqrt[4]{D_S \times d^3}$$

باندل چهار تایی

$$D_S^b = \sqrt[n]{n D_S \times d^{n-1}}$$

باندل n تایی

مثال 29) در صورتی یک خط تکفاز دو سیمه از باندل سه تایی استفاده کنیم و فاصله بین هادی ها باندل شده $d = \sqrt{8r'}$ باشد اندوکتانس نسبت به حالت باندل نشده چه مقدار تغییر میکند؟

$$\ln 2 = 0.7$$

حل

$$D_s^b = \sqrt[3]{D_s \times d^2} = \sqrt[3]{r' \times (\sqrt{8r'})^2} = \sqrt[3]{r'^3 \times 8} = 2r'$$

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s^b} = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{2r'}$$

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$$

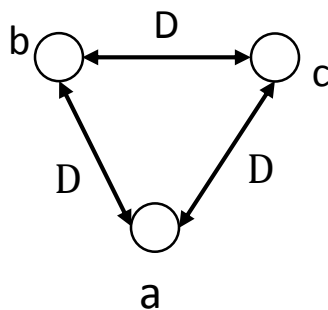
$$\Rightarrow L - L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{2r'} - 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} = 4 \times 10^{-7} \ln \left(\frac{\frac{D}{2r'}}{\frac{D}{r'}} \right)$$

$$= 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D.r'}{D.2r'} = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{2} = 4 \times 10^{-7} \ln 2^{-1} = -4 \times 10^{-7} \ln 2$$

$$= -2/8 \times 10^{-7}$$

نتیجه:

چون منفی شده است پس L باندل شده نسبت به باندل نشده کاهش می یابد.



اندوکتانس خطوط 3 فاز با فواصل یکسان:

$$La = \frac{\lambda_a}{I_a}, \Sigma I = 0 \Rightarrow I_a + I_b + I_c = 0$$

$$\lambda_a = L_{aa}I_a + L_{ab}I_b + L_{ac}I_c$$

$$= 2 \times 10^{-7} I_a \text{Ln} \frac{1}{r'} + 2 \times 10^{-7} I_b \text{Ln} \frac{1}{D} + 2 \times 10^{-7} I_c \text{Ln} \frac{1}{D}$$

$$= 2 \times 10^{-7} I_a \text{Ln} \frac{1}{r'} + 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{1}{D} (I_b + I_c)$$

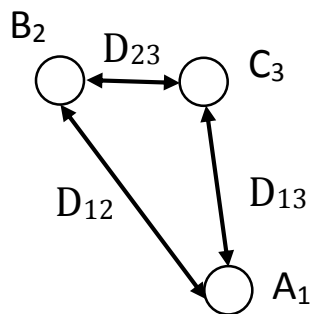
$$= 2 \times 10^{-7} I_a \text{Ln} \frac{1}{r'} - 2 \times 10^{-7} I_a \text{Ln} \frac{1}{D}$$

$$= 2 \times 10^{-7} I_a \left(\text{Ln} \frac{1}{r'} - \text{Ln} \frac{1}{D} \right) \Rightarrow \lambda_a = 2 \times 10^{-7} I_a \text{Ln} \frac{D}{r'}$$

$$La = \frac{\lambda_a}{I_a} \Rightarrow \frac{2 \times 10^{-7} I_a \text{Ln} \frac{D}{r'}}{I_a} \Rightarrow 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{r'}$$

اندوکتانس خط بانندل شده:

$$La = 2 \times 10^{-7} \text{Ln} \frac{D}{D_s^b}$$



اندوکتانس خطوط 3 فاز با فواصل غیر یکسان:

اندوکتانس خط 3 فاز

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \text{Ln} \frac{1}{r'} + I_b \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} + I_c \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$\lambda_b = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} + I_b \text{Ln} \frac{1}{r'} + I_c \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} \right)$$

$$\lambda_c = 2 \times 10^{-7} \left(I_a \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} + I_b \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} + I_c \text{Ln} \frac{1}{r'} \right)$$

مدل ماتریس:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = 2 \times 10^{-7} \begin{bmatrix} \text{Ln} \frac{1}{r'} & \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} & \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} \\ \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} & \text{Ln} \frac{1}{r'} & \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} \\ \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} & \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} & \text{Ln} \frac{1}{r'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} \frac{1}{r'} + \frac{I_b}{I_a} \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} + \frac{I_c}{I_a} \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$L_b = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{I_a}{I_b} \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} + \text{Ln} \frac{1}{r'} + \frac{I_c}{I_b} \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} \right)$$

$$L_c = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{I_a}{I_c} \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} + \frac{I_b}{I_c} \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} + \text{Ln} \frac{1}{r'} \right)$$

$$I_a = I_a \angle 0, I_b = I_a \angle -120 \Rightarrow \alpha^2 I_a, I_c = I_a \angle +120 \Rightarrow \alpha I_a$$

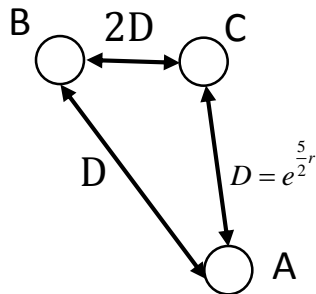
$$L_a = 2 \times 10^{-7} \left(\text{Ln} \frac{1}{r'} + \alpha^2 \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} + \alpha \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$L_b = 2 \times 10^{-7} \left(\alpha \text{Ln} \frac{1}{D_{12}} + \text{Ln} \frac{1}{r'} + \alpha^2 \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} \right) \left. \vphantom{L_b} \right\} L_a \neq L_b \neq L_c$$

$$L_c = 2 \times 10^{-7} \left(\alpha^2 \text{Ln} \frac{1}{D_{13}} + \alpha \text{Ln} \frac{1}{D_{23}} + \text{Ln} \frac{1}{r'} \right)$$

مثال 29) در خط سه فاز نشان داده شده اندوکتانس فاز A را بدست بیاورید. (جریان ها متعادل

اند)



(حل)

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + \alpha^2 \ln \frac{1}{D_{12}} + \alpha \ln \frac{1}{D_{13}} \right) = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + \alpha^2 \ln \frac{1}{D} + \alpha \ln \frac{1}{D} \right)$$

$$= 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + (\alpha^2 + \alpha) \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{D} \right) = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$$

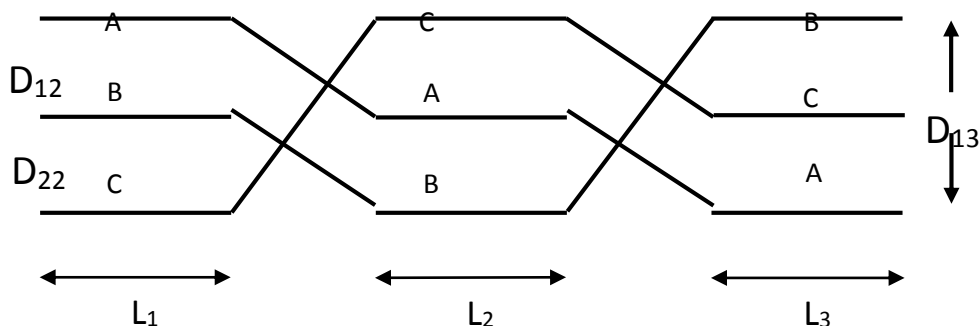
$$= 2 \times 10^{-7} \ln \frac{e^{\frac{5}{2}} r'}{r'} = 2 \times 10^{-7} \ln e^{\frac{5}{2}} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{5}{2} \ln e = 5 \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$$

ترا نهاده کردن:

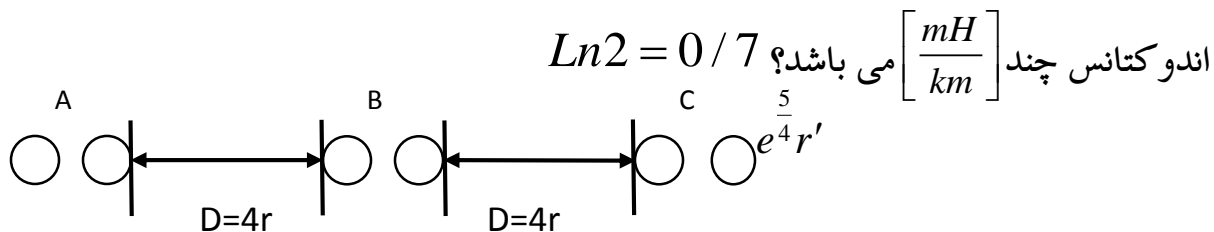
خطوط سه فاز در عمل آرایش متساوی الفاصله خود را نمی توانند حفظ کنند بنابراین تقارن از

بین می رود برای بدست آوردن مجدد تقارن از روش جابه جایی فاز ها یا ترانهاده کردن استفاده

می کنیم.



مثال 30) در شکل زیر اگر سه فاز ترانسپوز و هادی های آلومینیومی و با شعاع r باشند



(حل)

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} \times D_{23} \times D_{13}} = \sqrt[3]{4r \times 4r \times 8r} = r \sqrt[3]{2^7} = r 2^{7/3}$$

$$D_s^b = \sqrt{D_s \times d} = \sqrt{r' \times e^{5/4} r'} = \sqrt{r e^{-1/4} \times e^{5/4} r'} = r \sqrt{e}$$

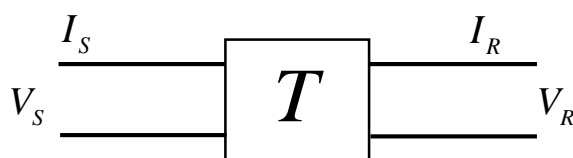
$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{eq}}{D_s^b} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{r 2^{7/3}}{r \sqrt{e}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{2^{7/3}}{e^{1/2}} = 2 \times 10^{-7} \left(\ln 2^{7/3} - \ln e^{1/2} \right)$$

$$= 2 \times 10^{-7} \left(\frac{7}{3} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln e \right) = 2 \times 10^{-7} (1/13) = 2/86 \times 10^{-7} \frac{H}{m} = 0.286 \left[\frac{mH}{km} \right]$$

مدل خط انتقال

- مدل خط انتقال کوتاه (کمتر از 80km)
- مدل خط انتقال متوسط (بیشتر از 80km و کمتر از 250 km)
- مدل خط انتقال بلند (بیشتر از 250km)

خطوط انتقال به صورت دو قطبی مدلسازی می شوند.



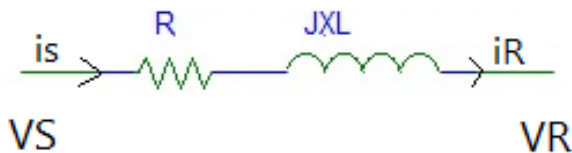
$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_S = AV_R + BI_R \\ I_S = CV_R + DI_R \end{cases}$$

$$A = \left. \frac{V_S}{V_R} \right|_{I_R=0}, B = \left. \frac{V_S}{I_R} \right|_{V_R=0} [\Omega], C = \left. \frac{I_S}{V_R} \right|_{I_R=0} [\text{S}], D = \left. \frac{I_S}{I_R} \right|_{V_R=0}$$

مدل خط انتقال کوتاه:

اگر در خط انتقال کوتاه ولتاژ کمتر از 69km میتوان از خازن خط صرف نظر کرد.



$$A = \left. \frac{V_S}{V_R} \right|_{I_R=0}$$

$$B = \left. \frac{V_S}{I_R} \right|_{V_R=0} \rightarrow B = \frac{V_S}{I_R} = \frac{Z \cdot I_S}{I_R} = \frac{Z \cdot I_R}{I_R} = Z \Rightarrow B = Z$$

$$\begin{cases} V_S = ZI_S \\ I_S = I_R \end{cases}$$

$$C = \left. \frac{I_S}{V_R} \right|_{I_R=0} \rightarrow I_S = 0 \Rightarrow C = \frac{0}{\text{عدد}} = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$D = \left. \frac{I_S}{I_R} \right|_{V_R=0} \rightarrow \frac{I_S}{I_R} = 1 \Rightarrow D = 1$$

$$\{ I_S = I_R \}$$

در ماتریس دو قانون وجود دارد.

$$A = D \quad \text{و } A \text{ و } D \text{ برابر باشد.}$$

$$AD - BC = 1 \quad \text{دترمینان برابر یک شود.}$$

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مثال 31) یک خط سه فاز به طول 40km دارای مقاومت فاز $\frac{\Omega}{km}$ ۱/۵ و اندوکتانس $\frac{H}{km}$ 25×10^{-3} می باشد.

الف) ماتریس انتقال خط را بدست بیاورید؟

ب) اگر این خط انتقال باری با 60MVA و ولتاژ $20\sqrt{3}kv$ را تغذیه کند ولتاژ فازی ابتدای خط

را بدست آورید؟ $[F = 60], [\cos \theta = 1]$

حل الف)

$$XL = L\omega = \frac{25}{6\pi} \times 10^{-3} \times 2\pi F = \frac{25}{3} \times 10^{-3} \times 60 = 500 \times 10^{-3} = 0.5 \Omega$$

$$Z = R + jXL = 1/5 + j0.5$$

$$Z = Z \times L = (1/5 + j0.5) \times 40 = 60 + j20$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 60 + j20 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ب)

$$I_R = \frac{S}{V} = \frac{20 \times 10^6}{20 \times 10^3} = 10^3$$

$$V_S = ZI_R + V_R = (60 + j20) \times 10^3 + 20 \times 10^3 = 80000 + j20000 = 82462 / 14.036^\circ$$

رابطه تقریبی تنظیم ولتاژ خط: $R_{pu} = \cos \theta + X_{pu} \cdot \sin \theta$

در صورتی که چندین خط با ماتریس انتقال $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ بصورت سری باهم قرار بگیرند ماتریس انتقال خط معادل (T_T) بصورت زیر بدست می آید.

$$T_T = T_1 \times T_2 \times T_3 \times \dots \times T_n$$

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & Z_2 L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & Z_3 L_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 L_1 + Z_2 L_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & Z_3 L_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & Z_1 L_1 + Z_2 L_2 + Z_3 L_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

یاد گیری دو ماتریس باهم:

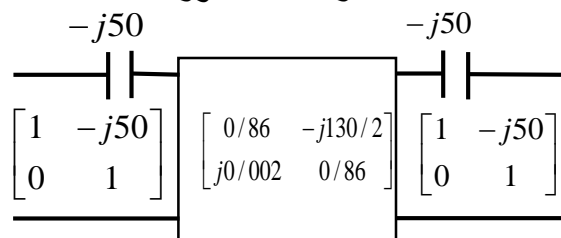
$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} AE + BG & AF + BH \\ CE + DG & CF + DH \end{bmatrix}$$

مثال 32) مقادیر A, B, C, D برای یک خط سه فاز بدون تلفات بصورت

$A = D = 0/86, B = j130/2, C = j0/00$ برای ارتقا عملکرد خط خازن های سری در

دوسر خط در هر فاز نصب میشود در صورتی که X_C کل خازن 100Ω باشد و در هر سر از

نصف خازن استفاده شود مقادیر جدید A', B', C', D' را بدست آورید؟



(حل)

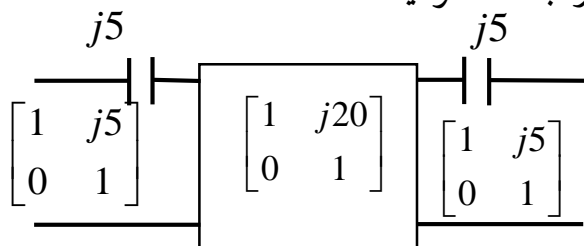
$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & -j50 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0/86 & -j130/2 \\ j0/002 & 0/86 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -j50 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/96 & j87/2 \\ j0/002 & 0/86 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -j50 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0/96 & j39/2 \\ j0/002 & 0/96 \end{bmatrix}$$

$$A' = D' = 0/96, B' = j39/2, C' = j0/002$$

مثال 33) به دو طرف خط انتقال با ماتریس انتقال $\begin{bmatrix} 1 & j20 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ دو راکتور با امپدانس مساوی

5] متصل می کنیم ماتریس انتقال کل را بدست آورید.



(حل)

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & j5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & j20 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & j5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

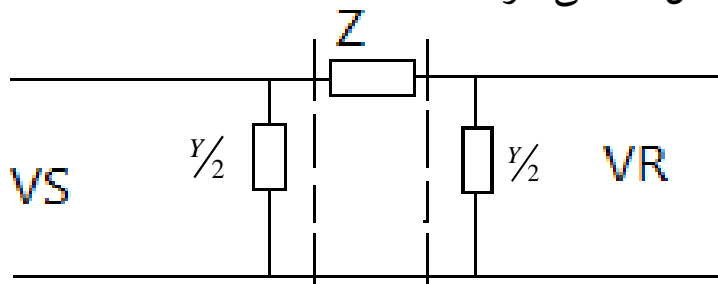
مدل خط انتقال متوسط:

خازن خط با افزایش طول خط افزایش پیدا می کند و دیگر قابل چشم پوشی نیست دو مدل برای خط انتقال متوسط بیان می کنی

• مدل π

• مدل T

مدل π اگر خازن شنت به صورت فشرده و به صورت دو نصف مساوی در ابتدا و انتهای خط مدل می شود بصورت مدل زیر نشان داده می شود.



$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{-j2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix}$$

$$KVL \Rightarrow V_S = ZI_Z + V_R = Z(I_R + I_2) + V_R = Z \left(I_R + V_R \times \frac{Y}{2} \right) + V_R$$

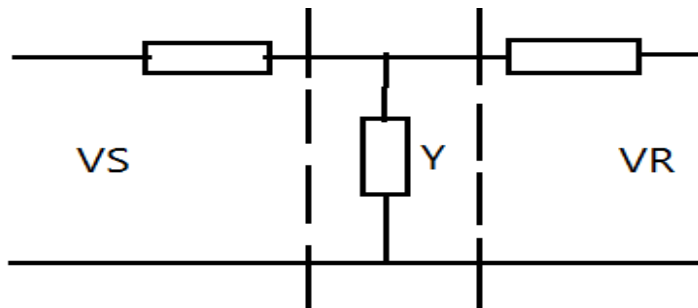
$$= ZI_R + \frac{ZY}{2}V_R + V_R = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) V_R + ZI_R$$

$$I_S = I_1 + I_Z = V_S \frac{Y}{2} + I_R + I_2 = V_S \frac{Y}{2} + I_R + V_R \frac{Y}{2}$$

$$= \left[\left(1 + Z \frac{Y}{2} \right) V_R + ZI_R \right] \frac{Y}{2} + I_R + V_R \frac{Y}{2}$$

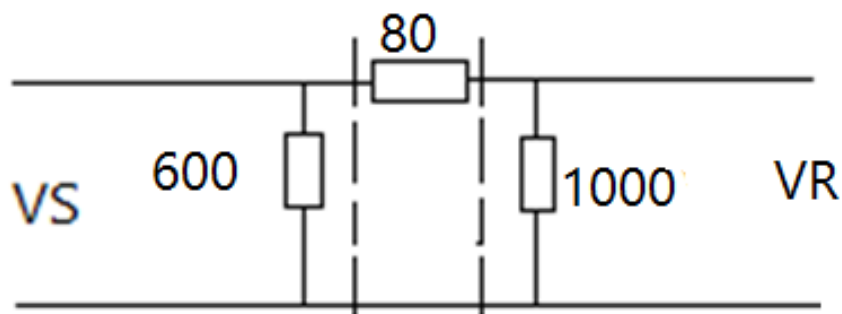
$$= Y \left(1 + Z \frac{Y}{2} \right) V_R + \left(1 + Z \frac{Y}{2} \right) I_R$$

(مدل T)



$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z \frac{Y}{2} & Z \left(1 + Z \frac{Y}{4} \right) \\ Y & 1 + Z \frac{Y}{2} \end{bmatrix}$$

مثال 35) ماتریس انتقال یک مدل π با 600Ω مقاومت در شاخه ی موازی اول و یک مقاومت 1000π برای دیگر شاخه ی موازی و یک مقاومت 80Ω در شاخه ی سری بدست آورید؟



$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{600} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 80 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{1000} & 1 \end{bmatrix} \quad \Omega$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 80 \\ \frac{1}{600} & 1/13 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{1000} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/08 & 80 \\ 0/0027 & 1/13 \end{bmatrix}$$

روش دوم

$$KVL \Rightarrow V_S = 800I_2 + V_R = 80 \left(I_R + \frac{V_R}{1000} \right) + V_R = 80I_R + 0/08V_R + V_R$$

$$V_S = 1/08V_R + 80I_R$$

$$KCL \Rightarrow I_S = I_1 + I_Z = \frac{V_S}{600} + I_R + \frac{V_R}{1000} = \frac{1/08V_R + 80I_R}{600} + I_R + \frac{V_R}{1000}$$

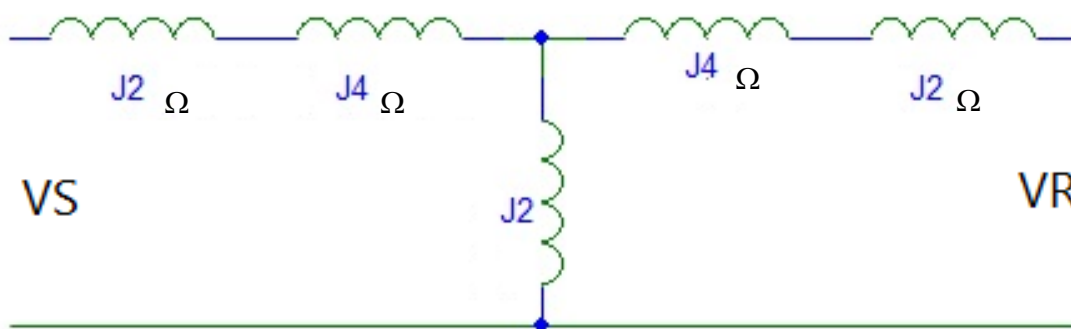
$$= \frac{1/08}{600} V_R + \frac{800}{600} I_R + I_R + \frac{V_R}{1000} = 0/0018V_R + 0/001V_R + 0/13I_R + I_R$$

$$= 0/0028V_R + 1/13I_R$$

$$T = \begin{bmatrix} 1/08 & 80 \\ 0/0028 & 1/13 \end{bmatrix}$$

مثال 36) به دو طرف یک خط انتقال متوسط امپدانس $j2$ افزوده ایم با توجه به شکل زیر اگر

داشته باشیم $V_R = 800V$ مقدار زاویه V_S را بدست آورید.



$$V_1 = (j6)I_R + V_R = j6 \times 100 + 800 = 800 + j600$$

$$I_S = I_R + \frac{V_1}{j2} = 100 + \frac{800 + j600}{j2} = 100 + \frac{800}{j2} + 300 = 400 - j400$$

$$V_S = (j6)I_S + V_1 = j6 \times (400 - j400) + 800 + j600$$

$$= j2400 + 2400 + 800 + j600 = 3200 + j3000 =$$

$$\sqrt{(3200)^2 + (3000)^2} \angle \tan^{-1} \frac{3000}{3200}$$

$$\phi \Rightarrow \tan^{-1} \frac{3000}{3200} = \tan^{-1} \frac{30}{32} = \tan^{-1} \frac{15}{16}$$

پایان